ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Кулжанов У.Н.[1], Сайдуллаев А.Ж.[2], Эшмухамедов А.Ё.[3]
Email: Kulzhanov17161@scientifictext.ru

[1]Кулжанов Уткир Нематович - PhD, доцент,
кафедра теория вероятностей и математической статистики, математический факультет,
Самаркандский государственный университет;
[2]Сайдуллаев Азамат Журакулович – ассистент,
кафедра математики, экономический факультет,
Самаркандский филиал
Ташкентский государственный экономический университет;
[3]Эшмухамедов Абдулла Ёрмаматович – магистр,
кафедра теория вероятностей и математической статистики, математический факультет,
Самаркандский государственный университет,
г. Самарканд, Республика Узбекистан

Аннотация: *случайная величина полностью определяется её законом распределения, но для многих задач эта информация излишне полна и в то же время на практике часто закон распределения не известен и приходится довольствоваться меньшими сведениями. В таких случаях пользуются некоторыми суммарными характеристиками случайной величины. Для понимания очень полезна механическая аналогия. Трактуя возможные значения случайной величины как координаты точек на оси, а соответствующие им вероятности – как некоторые (вероятностные) массы, можно заметить, что математическое ожидание является аналогом понятия центра масс, то есть является «средним», «центральным» значением.*
Ключевые слова: *математическое ожидание, дисперсия, функция плотности непрерывной случайной величины, среднее квадратическое отклонение.*

NUMERICAL CHARACTERISTICS OF RANDOM VALUE

Kulzhanov U.N.[1], Saidullaev A.Zh.[2], Eshmukhamedov A.Ye.[3]

[1]Kulzhanov Utkir Nematovich - PhD, Associate Professor,
DEPARTMENT OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS, FACULTY OF MATHEMATICS,
SAMARKAND STATE UNIVERSITY;
[2]Saidullaev Azamat Zhurakulovich - Assistant,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF ECONOMICS,
SAMARKAND BRANCH
TASHKENT STATE UNIVERSITY OF ECONOMICS;
[3]Eshmukhamedov Abdulla Yermamatovich - Magister,
DEPARTMENT OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS, FACULTY OF MATHEMATICS,
SAMARKAND STATE UNIVERSITY,
SAMARKAND, REPUBLIC OFUZBEKISTAN

Abstract: *a random variable is completely determined by its distribution law, but for many problems this information is too complete and at the same time, in practice, the distribution law is often not known and one has to be content with less information. In such cases, some summary characteristics of the random variable are used. A mechanical analogy is very useful for understanding. Treating the possible values of a random variable as the coordinates of points on the axis, and the corresponding probabilities as some (probabilistic) masses, one can notice that the mathematical expectation is an analogue of the concept of the center of mass, that is, it is the "average", "central" value.*
Keywords: *mathematical expectation, variance, density function of a continuous random variable, standard deviation.*

УДК 519.211

Прежде всего план изучения числовых характеристик включает в себя следующие вопросы: определение математического ожидания и его свойства; дисперсия и ее свойства; среднеквадратическое отклонение и его свойства. Сначала учащиеся знакомятся с определением понятия математического ожидания [1], которое определяется как сумма произведений всех значений x_k дискретной случайной величины X на их соответствующие вероятности p_k. Здесь сумма вероятностей должно быть равна 1. Выясняется сущность понятия: математическое ожидание случайной величины - постоянное число [2]. Существенные признаки понятия: число, сумма произведения чисел, дискретная случайная величина. Далее учащимся предлагается найти математическое ожидание случайной величины X заданной в виде таблицы 1.

Таблица 1. Закон распределения случайной величины X

X	0	10	20
P	0,5	0,2	0,3

При этом предлагается им ответить на следующие вопросы:

1.Что такая случайная величина?

2. Какая величина называется дискретной?

3. Какими способами она задаётся?

4. Что понимаете под законом распределения?

После этого по определению найдут

$M(X)= x_1p_1+ x_2p_2+\ldots+ x_np_n= 0\cdot 0,5+10\cdot 0,2+20\cdot 0,3=8$.

Затем учащимся предлагается установить аналогию: значения случайной величины X - координаты точек на числовой оси, вероятности – массы, математическое ожидание – аналог- центр масс материальных точек. Переходя к изучению свойств, обсуждается вопросы:

1. Чему равно математическое ожидание постоянной C (случайной) величины? (Ответ: равно самой себе (Указание: рассматривать постоянную C как дискретная случайная величина, со значением C с вероятностью 1,

2. Каково математическое ожидание случайной величины CX? (Ответ: M(CX)= CM(X). Указание: использовать определение и свойство 1.

3. Чему равно математическое ожидание суммы случайных величин (Ответ: математическое ожидание суммы конечного числа независимых в совокупности случайных величин X_1, $X_2,\ldots,X_n$ равно сумме математических ожиданий этих случайных величин? (Указание: использовать определение и свойство независимых в совокупности случайных величин). После изучения этих свойств, у учащихся должно сформироваться представления о том, что математическое ожидание - это такое значение случайной величины X, около которого распределены все другие его значения. Кроме того, надо подчеркнуть, что в процессе решения практических задач, знание только математического ожидания случайной величины недостаточно, поэтому возникает необходимость на ещё одну числовую характеристику: хараетеристика разброса возможных значений случайной величины относительно математического ожидания, т.е. называемой дисперсией, которая определяется как математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины X от её математического ожидания M(X) : $D(X) = M((X - M(X))^2)$. Учащимся предлагается преобразовать и найти другой вид формулы, используя свойства математического ожидания

(Ответ: $D(X) = M((X - M(X)^2) = M(X^2 - 2XM(X) + M^2(X)) =$

$=M(X^2) - 2M(X)M(X) + M(M(X)) = M(X^2) - M^2(X)$. Указание: здесь можно использовать формулу сокращенного умножения, $M(X)M(X) = M^2(X)$, $M(M(X) = M^2(X)$.

Свойства дисперсии целесообразно изучать с помощью постановки следующей учебной проблемы: самостоятельно вывести и доказать ее свойства, сравнивая с аналогичными свойствами математического ожидания, при этом обсуждается вопросы (подпроблемы).

1. Чему равна дисперсия постоянной? (Ответ: дисперсия постоянной равна нулю Указание: использовать вторую формулу дисперсии);

2. Сформулируйте свойство аналогичной второму свойству математического ожидания (Ответ: постоянный множитель можно вынести за знак дисперсии возводя его в квадрат: $D(CX) = C^2 D(X)$. Указание: применять второе свойство математического ожидания и вторую формулу дисперсии

$D(CX) = M((CX)^2) - M^2(CX) = C^2(M(X^2) – M^2(X)) = C^2D(X))$;

3. Как можно сформулировать третье свойство дисперсии, аналогичной свойству математического ожидания? (Ответ: дисперсия суммы конечного числа независимых в совокупности случайных величин X_1, X_2 (X_1, $X_2,\ldots,X_n$) равна сумме дисперсий случайных величин

$(D(X_1+X_2) = M((X_1+X_2)^2 - M^2(X_1+X_2)) = M((X_1)^2 - 2X_1X_2+ +(X_2)^2) –$

$(M^2((X_1)-M(2X_1 X_2)+M^2(X_2)) = M((X_1)^2 - M^2((X_1) + M((X_2)^2 - M^2(X_2) = = D(X_1)+D(X_2))$.

Разъясняя учащимся в математике многие изучаемые объекты характеризуется своей мерой, ставится вопрос: как вы считаете чему равна мера (размерность) дисперсии? (Ответ: мера дисперсии равна двум, так как дисперсии равна квадрату меры случайной величины X). Учитывая это для практических целях (вычислениях) удобно использовать характеристика размерностью единицы, т.е. корень из дисперсии, называемый среднеквадратическим отклонением $\sigma(X)$ *имеющей* меру равной мере случайной величины X. После этого учащимся предлагается самостоятельно доказать свойства среднеквадратического отклонения:

$\sigma(C)=0$, $\sigma(CX)=|C|\sigma(X)$.

В заключение, обобщая, можно сказать: эти вероятностные характеристики и их компьютерные реализации широко используется в определении достоверности экспериментальных исследований. Например, с помощью Excel, программ Python, C^{+} и т.д.

Список литературы / References

1. *Останов К., Шукруллоев Б.Р., Азимов А.А., Азимзода А.А.* Некоторые особенности изучения теорем сложения и умножения вероятностей в школе. Academy. № 11 (50), 2019. Научно-методический журнал. С. 27-29.
2. *Останов К., Назаров О.У., Баротова М.А*. Случайные величины и их законы распределения. // Вестник науки и образования. Научно-методический журнал, 2019. № 8 (62). Часть 2. Москва, 2019. С. 41-45.