ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ: «ФОРМУЛА ДЛЯ ЦУГ ИЗ СОСТАВНЫХ СОБЫТИЙ, ОБРАЗУЮЩИХ СЛУЧАЙНУЮ БИНАРНУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ»

Филатов О.В. Email: Filatov17102@scientifictext.ru

Филатов Олег Владимирович - инженер-программист,
ЗАО «Научно-технический центр «Модуль», г. Москва

Аннотация: *хаос в случайной бинарной последовательности исчезает, если сгруппировать случайные события последовательности в логические сущности – составные события. Численность составных событий однозначно зависит от числа членов последовательности. В свою очередь, составные события образуют цуговые цепочки. Цуговые цепочки несут в себе основную структуру случайной бинарной последовательности. Цуги из составных событий образуют как случайные, так и псевдослучайные бинарные последовательности. Цуги служат основным инструментом в техниках (например, парадоксальная игра Пенни), изменяющих вероятность угадывания случайных бинарных событий, которые ранее считались эталоном независимости (например, выпадение сторон честной монеты). До сих пор формула расчёта численностей цуг применялась как эмпирическая, в статье даётся её вывод в виде математической теоремы, даны основные формулы для работы с цугами в случайных и псевдослучайных бинарных последовательностях.*
Ключевые слова: *элементарное событие, составное событие, цуга, бинарная последовательность, случайная бинарная последовательность.*

PROOF OF THE THEOREM: "FORMULA FOR A TRAIN OF COMPOSITE EVENTS FORMING A RANDOM BINARY SEQUENCE"

Filatov O.V.

Filatov Oleg Vladimirovich - Experimental Physics, Software Engineer,
SCIENTIFIC AND TECHNICAL CENTER «МОДУЛЬ», MOSCOW

Abstract: *chaos in a random binary sequence disappears if you group random events of a sequence into logical entities - compound events. The number of compound events depends uniquely on the number of terms in the sequence. In turn, composite events form a chain of chains. The circular chains carry the basic structure of a random binary sequence. Zugi from compound events form both random and pseudorandom binary sequences. Zugi serve as the main tool in the techniques (for example, Penny's paradoxical game) that change the probability of guessing random binary events that were previously considered the standard of independence (for example, the fall of the sides of an honest coin). Until now, the formula for calculating the zug numbers has been used as an empirical formula, the paper gives its derivation as a mathematical theorem, gives the basic formulas for working with trains in random and pseudorandom binary sequences.*
Keywords: *elementary event, compound event, train, binary sequence, random binary sequence.*

УДК 51

Введение.

Случайную бинарную последовательность можно разделить на составляющие её логические элементы ${}^{n}S_{N}$ – составные события [1-3], численность которых прямо пропорциональна числу N элементарных бинарных событий в последовательности и обратно пропорционально двойке, степенью которой служит длина составного события плюс единица ф.1.0.

$$ {}^{n}S_{N} = \frac{N}{2^{n+1}} \qquad (\text{Ф}.1.0)$$

Составные события одной длины n образуют цуги [1- 4,7]. Цуги точнее характеризуют структуру случайной бинарной последовательности, чем составные события. Применение цуг позволяет по алгоритму [2, 8] создавать псевдослучайные бинарные последовательности. Цуги имеют хорошую перспективу с точки зрения их применения в новых методах криптографии. В частности в рандомных фильтрах, а также извлечения скрытой информации из шумоподобного фона «на проходе».

Кроме технических применений составные события и цуги имеют и чисто научную ценность. Их частоты образуют своеобразную структуру случайной бинарной последовательности, наличие которой не только позволяет объяснить парадоксальную игру Пенни, которая является способом управления вероятностью обнаружения (выпадения) заданной комбинации бинарных событий, но, используя ф.1.0 и ф.1.1, рассчитать число побед для каждой из игровых комбинаций [6].

Формула ф.1.1, для расчёта числа цуг в случайной бинарной последовательности, широко применялась в предыдущих работах, но публикация с её развёрнутым выводом отсутствовала. В этой статье дан развёрнутый вывод формулы ф.1.1.

Основная часть.

Для расчёта числа выигрышей и проигрышей ставок в игре Пенни используется формула ф.1.1, по которой рассчитывается численность цуг – цепочек из составных событий одинаковой длины. Выведем ф.1.1 из ф.1.0, используя теорему «О амплитудно-частотной характеристике идеальной бинарной случайной последовательности» [2, 5] (теорема АЧХИБС).

Теорема «О формуле цуг составных событий».

В случайной бинарной последовательности из N членов, численности цуговых цепочек образующих эту пос-ть рассчитываются по формуле ф.1.1:

$$^{n}C_{wN} = \frac{(2^n - 1)^2}{2^{n(w+2)+1}} N \qquad (Ф.1.1)$$

Доказательство. Пусть есть случайная бинарная пос-ть из N элементарных событий. Из ф.1.0 известно число составных событий единичной длины $^{n=1}S_N$ в этой пос-ти N: n = 1; («0», «1»). В доказательстве теоремы АЧХИБС, ф.1.0, [2, 5], описано, что рост длины составного события на единицу $^{n+1}S_N$ приводит к сокращению численности этого составного события $^{n+1}S_N$ в два раза, ф.1.2:

$$\frac{^{n}S_N}{^{n+1}S_N} = \frac{N}{2^{n+1}} : \frac{N}{2^{(n+1)+1}} = 2 \qquad (Ф.1.2)$$

Объяснение ф.1.2 очевидно. Сокращение численности составных событий $^{n+1}S_N$ в два раза, по отношению к исходной численности $^{n}S_N$, происходит потому, что с вероятностью p=0,5 выпадает событие (сторона монеты) равное по значению предыдущему выпавшему значению (стороне монеты), что составляет половину от общего числа бросков (испытаний, экспериментов).

Цепочки из событий $^{n=1}S_N$, в физике называют цугами: $^{n}C_{wN}$, где w – это число событий в цуге. Пусть происходит подбрасывание монеты, которое привело к выпадению цуги «1010». Для того, что бы цуга «1010» продлилась на ещё одну полуволну, нужно, что бы в следующем подбрасывании выпала «1». При выпадении «1» цуга $^{n=1}C_{w=4}$= «1010» становиться цугой $^{n=1}C_{w=5}$ = «10101». Вероятности выпадения как «0», так и «1», равны. Число их выпадений («0», «1») находится в динамическом равновесии, и из состояний: $^{n=1}C_{w=4}$= «1010» только половина перейдёт в состояние $^{n=1}C_{w=5}$ = «10101».

Экспериментальные данные (подбрасывание монеты) подтверждают выше приведённые рассуждения. Из приведённых рассуждений следует, что число цуг $^{n=1}C_{w=1}$: («0»; «1») в случайной пос-ти будет в два раза больше числа цуг $^{n=1}C_{w=2}$: («01»; «10»). Число цуг $^{n=1}C_{w=2}$: («01»; «10»), в случайной пос-ти, будет в два раза больше числа цуг $^{n=1}C_{w=3}$: («010»; «101»), и т.д. ф.1.2.1:

$$\frac{^{n=1}C_w}{^{n=1}C_{w+1}} = 2 \qquad (Ф.1.2.1)$$

Перепишем ф.1.2.1 относительно $^{n=1}C_{w+1}$: $^{n=1}C_{w+1} = \frac{^{n=1}C_w}{2}$ и напишем первые члены ряда: $^{n=1}C_{w=1} = \frac{^{n=1}C_{w=1}}{1}$; $^{n=1}C_{w=2} = \frac{^{n=1}C_{w=1}}{2}$; $^{1}C_{w=3} = \frac{^{n=1}C_{w=1}}{4}$; $^{1}C_{w=4} = \frac{^{n=1}C_{w=1}}{8}$; …. Для сокращения записей временно будем писать вместо $^{n=1}C_{w=1}$ букву Х: $^{n=1}C_{w=1} = \frac{X}{1}$; $^{n=1}C_{w=2} = \frac{X}{2}$; $^{1}C_{w=3} = \frac{X}{4}$; $^{1}C_{w=4} = \frac{X}{8}$; .. , напишем формулу для любого члена $^{1}C_w$ этого ряда, ф.1.2.2:

$$^{1}C_w = \frac{X}{2^{w-1}} = \frac{^{n=1}C_{w=1}}{2^{w-1}} \qquad (Ф.1.2.2)$$

Умножая количество каждой цуги $^{1}C_w$ (ф.1.2.2) на w - число полуволн (составных событий) содержащихся в этой цуге (учитывая, что $^{n=1}C_{w=1} = \frac{X}{2^{w-1}} = \frac{X}{2^0}$), с суммируя получаемые результаты, в сумме имеем число составных событий $^{n=1}S_N$ (ф.1.0) в пос-ти N, ф.1.3:

$$^{n=1}S_N = \sum_{w=1}^{w\to\infty} w \cdot {}^1C_{wN} = {}^1C_{wN} \sum_{w=1}^{w\to\infty} \frac{w}{2^{w-1}} = \frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{4} \qquad (\text{Ф}.1.3)$$

Распишем первые члены суммы $\frac{w}{2^{w-1}}$ из ф.1.3, заменяя w числами: 1, 2, 3, … , и заменив написание сомножителя ${}^1C_{wN}$ на X: $\mathrm{X} \cdot \sum_{w=1}^{w\to\infty} \frac{w}{2^{w-1}} = \frac{1}{2^0}\mathrm{X} + \frac{2}{2^1}\mathrm{X} + \frac{3}{2^2}\mathrm{X} + \frac{4}{2^3}\mathrm{X} + .. = \frac{1}{1}\mathrm{X} + \frac{2}{2}\mathrm{X} + \frac{3}{4}\mathrm{X} + \frac{4}{8}\mathrm{X} + .. = {}^{n=1}S_N$. Предел суммы равен четырём: $\sum_{w=1}^{w\to\infty} \frac{w}{2^{w-1}} = 4$, поэтому справедливо равенство ф.1.4:

$$^{n}S_N = \mathrm{X} \cdot \sum_{w=1}^{w\to\infty} \frac{w}{2^{w-1}} = \mathrm{X} \cdot 4 = \frac{N}{2^{n+1}} \qquad (\text{Ф}.1.4)$$

Учитывая, что пос-ть N, по ф.1.0, содержит ${}^{n=1}S_N = \frac{N}{2^{1+1}} = \frac{N}{4}$ событий единичной длины ($n = 1$), из ф.1.4 получаем, что X равен одной четвёрти от ${}^1S_N$, ф.1.5:

$$\mathrm{X} = {}^1C_1 = \frac{{}^1S_N}{4} = \frac{N}{16} \qquad (\text{Ф}.1.5)$$

Так как X – это число единичных цуг: ${}^1C_{w=1} = \mathrm{X}$, поэтому из ф.1.2.2 число цуг ${}^1C_w$ с произвольным числом полуволн w будет (ф.1.6):

$${}^1C_w = \frac{1}{2^{w-1}} \cdot {}^1C_1 = \frac{1}{2^{w-1}} \cdot \frac{N}{16} = \frac{N}{2^{w+3}} \qquad (\text{Ф}.1.6)$$

Из ф.1.5 и ф.1.6: ${}^1C_1$= ${}^1C_1$/1 = N/16; ${}^1C_2$= ${}^1C_1$/2 = N/32; ${}^1C_3$= ${}^1C_2$/2 = ${}^1C_1$/4=N/64; и т.д.

Обратим внимание на коэффициент: $1/(2^{w-1})$ из ф.1.2.2, который устанавливает зависимость между цугами ${}^1C_{w=1}$ с w=1 и цугами ${}^1C_{w>1}$ с w>1. При переходе от расчёта цуг ${}^{n=1}C_{\mathrm{w}}$, образованных составными событиями единичной длины (n=1), к расчёту цуг ${}^nC_{\mathrm{w}}$ образованных составными событиями любой длины n>1 коэффициент: $1/(2^{w-1})$ должен быть изменён из соображений равной вероятности выпадений случайных бинарных величин (выпадений сторон монеты).

Для учёта роста длины составных событий (n>2, 3, 4, …) ещё раз вспомним экспериментальный факт (ф.1.2), что рост длины составного события на единицу ${}^{n+1}S_N$ приводит к сокращению числа этих событий в N пос-ти в два раза. Применительно к цугам говорим о росте цуги на одну полуволну w, то есть: w_1=w; w_2=w+1. Рост цуги, при n > 1, на одну полуволну означает приращение на одно составное событие ${}^{n>1}S$ из n элементарных событий (например, на два эла: ${}^{n=2}C_{w=4} = {}^2C_3 + {}^2S$ = «110011» + «00»). И прирост числа полуволн w на одну полуволну Δw=1 приводит к росту длины цуги L на n·w элементарных событий, ф.1.6.1:

$${}^nL_2 = {}^nL_1 + n \cdot \Delta(w_2 - w_1) \qquad (\text{Ф}.1.6.1)$$

Где: ${}^nL_1$- первоначальная длина цуги в элементарных событиях; ${}^nL_2$ - конечная длина цуги в элементарных событиях.

Прирост Δn цуги в элементарных событиях будет равен, ф.1.6.2:

$$\Delta n = {}^nL_2 - {}^nL_1 = n \cdot \Delta w \qquad (\text{Ф}.1.6.2)$$

Следовательно, прирост цуги на Δw полуволн приводит к уменьшению цуг с числом полуволн $w_2 = w_1 + \Delta w$ в $n \cdot \Delta w$ раз, ф.1.6.3:

$$\frac{{}^nC_w}{{}^nC_{w+1}} = 2^{n \cdot \Delta w} \qquad (\text{Ф}.1.6.3)$$

Продемонстрируем работу ф.1.6.3 на цугах ${}^2C_w$, с базовой длиной два (n=2): ${}^{n=2}C_{w=1}$= «00» + «11»; ${}^2C_{w=2}$= «0011» + «1100»; ${}^2C_{w=3}$= «001100» + «110011», и т.д. По ф.1.0 в пос-ти N число событий длины 2 равно: ${}^{n=2}S_N = \frac{N}{2^{2+1}} = \frac{N}{8}$. Число цуг ${}^{n=2}C_w$ («00», «11») рассчитываем делением ${}^2C_1$ на $2^{n \cdot \Delta w}$, где n = 2,

Δw = 1: $^{n=2}C_{w=2} = \frac{^2C_1}{2^{n \cdot \Delta w}} = \frac{^2C_1}{2^n} = \frac{^2C_1}{4}$; $^2C_{w=3} = \frac{^2C_1}{2^{n \cdot \Delta w} \cdot 2^{n \cdot \Delta w}} = \frac{^2C_1}{2^{2n}} = \frac{^2C_1}{16}$; $^2C_{w=4} = \frac{^2C_1}{2^{n \cdot \Delta w} \cdot 2^{n \cdot \Delta w} \cdot 2^{n \cdot \Delta w}} = \frac{^2C_1}{2^{3n}} = \frac{^2C_1}{64}$; … - замечаем, что число n степени двойки равно числу полуволн w без единицы, ф.1.6.4:

$$^2C_w = \frac{^2C_1}{2^{(w-1) \cdot n}} \quad \text{(Ф.1.6.4)}$$

Умножая число событий каждой цуги ^2C_w в пос-ти N, на число её полуволн □, и суммируя эти произведения, получаем число составных событий $^{□=2}□_{□}$ (ф.1.0) длины два в пос-ти N, ф.1.7:

$$^{n=2}S_N = \frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{8} = \sum_{w=1}^{w \to \infty} w \cdot {}^2C_{wN} = {}^2C_1 \sum_{w=1}^{w \to \infty} \frac{w}{2^{2(w-1)}} \quad \text{(Ф.1.7)}$$

Предел суммы в ф.1.7 равен: $\sum_{w=1}^{w \to \infty} \frac{w}{2^{2(w-1)}} = \frac{16}{9}$, поэтому перепишем ф.1.7 в виде ф.1.7.1:

$$^{n=2}S_N = \frac{N}{8} = {}^2C_1 \frac{16}{9} \quad \text{(Ф.1.7.1)}$$

Учитывая, что □ =2, из ф.1.7.1 найдём $^2□_1$, ф.1.7.2:

$$^2C_1 = {}^{n=2}S_N \cdot \frac{9}{16} = \frac{N}{2^{n+1}} \cdot \frac{9}{16} = \frac{9}{128} N \quad \text{(Ф.1.7.2)}$$

Из ф.1.7 и ф.1.7.2 находим формулу расчёта числа цуг $^2□_{□}$ для любого числа полуволн w при □ =2, ф.1.8:

$$^{n=2}C_w = {}^2C_1 \cdot \frac{1}{2^{2(w-1)}} = \frac{9}{128} N \cdot \frac{N}{2^{2(w-1)}} = \frac{9 \cdot N}{2^{2w+5}} \quad \text{(Ф.1.8)}$$

В пос-ти □, по ф.1.0, число событий длины □ = 3 («000», «111») будет: $^{□=3}□_{□} = \frac{□}{2^{3+1}} = \frac{□}{16}$. Число цуг $^{□=3}□_{□}$ зависит от чисел полуволн □, и пропорционально вероятности выпадения три раза подряд заданной стороны монеты ($0.5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 1/2^3$): $^{n=3}C_{w=1} = \frac{^3C_1}{1}$; $^{n=3}C_{w=2} = \frac{^3C_1}{8}$; $^3C_{w=3} = \frac{^3C_1}{64}$; $^3□_{□=4} = \frac{^3C_1}{512}$; $^3C_w = \frac{^3C_1}{2^{3(w-1)}}$. Для ряда: $3(□ - 1)$ первые пять значений: $0_{w=1}$; $3_{w=2}$; $6_{w=3}$; $9_{w=4}$; $12_{w=5}$.

Умножая число событий каждой цуги ^3C_w в пос-ти N, на число её полуволн $^3C_{wN} \cdot w$, и суммируя эти произведения, получаем число составных событий $^{n=3}S_N$ длины три, ф.1.9:

$$^{n=3}S_N = \sum_{w=1}^{w \to \infty} w \cdot {}^3C_{wN} = {}^3C_1 \sum_{w=1}^{w \to \infty} \frac{w}{2^{3(w-1)}} = \frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{16} \quad \text{(Ф.1.9)}$$

Предел суммы в ф.1.9 равен: $\sum_{w=1}^{w \to \infty} \frac{w}{2^{3(w-1)}} = \frac{64}{49}$, поэтому перепишем ф.1.9 в виде ф.1.9.1:

$$^{n=3}S_N = {}^3C_1 \frac{64}{49} = \frac{N}{16} \quad \text{(Ф.1.9.1)}$$

Из ф.1.9.1 найдём $^3C_1$, ф.1.9.2:

$$^3C_1 = \frac{N}{16} \cdot \frac{49}{64} = \frac{49}{1024} N \quad \text{(Ф.1.9.2)}$$

Из ф.1.9 и ф.1.9.2 находим формулу расчёта числа цуг ^3C_w для любого числа полуволн w, ф.1.10:

$$^3C_w = {}^3C_1 \cdot \frac{1}{2^{3(w-1)}} = \frac{49 \cdot N}{1024} \cdot \frac{1}{2^{3(w-1)}} = \frac{49 \cdot N}{2^{3w+7}} \quad \text{(Ф.1.10)}$$

В формулах: ф.1.6, ф.1.6.4, ф.1.10 для первых трёх цуг (${}^{1}C_w,\ {}^{2}C_w,\ {}^{3}C_w$) замечаем, что обозначая длину составных событий через n, можно обобщить форму записи для расчёта любых цуг ${}^{n}C_w$, вводя коэффициент k, ф.1.11:

$$ {}^{n}C_w = \mathrm{k} \cdot {}^{n}C_w = \frac{1}{2^{(w-1)\cdot n}} \cdot {}^{n}C_w \qquad (\text{Ф}.1.11) $$

Выпишем коэффициент k отдельной формулой ф.1.11.1:

$$ \mathrm{k} = \frac{1}{2^{(w-1)\cdot n}} \qquad (\text{Ф}.1.11.1) $$

Для: ф.1.6, ф.1.6.4, ф.1.10 обобщим формулы записи сумм, ф.1.12:

$$ \sum_{\substack{w=1 \\ n=Const>0}}^{w\to\infty} \frac{w}{2^{n(w-1)}} = \frac{2^{2n}}{(2^n-1)^2} \qquad (\text{Ф}.1.12) $$

Помножив ф.1.12 на ${}^{n}C_1$ - количество цуг длины n, с одной полуволной w=1, получим вместо ф: 1.3, 1.7, 1.9, одну обобщающую их формулу ф.1.13:

$$ {}^{n}S_N = {}^{n}C_1 \cdot \frac{2^{2n}}{(2^n-1)^2} = \frac{N}{2^{n+1}} \qquad (\text{Ф}.1.13) $$

Из ф.1.13 выразим ${}^{n}C_1$, ф.1.14:

$$ {}^{n}C_1 = \frac{(2^n-1)^2}{2^{2n}\cdot 2^{n+1}} N = \frac{(2^n-1)^2}{2^{3n+1}} N \qquad (\text{Ф}.1.14) $$

Учитывая, что по ф.1.14: ${}^{n}C_1 = \frac{(2^n-1)^2}{2^{3n+1}} N$, и что для нахождения любой цуги ${}^{n}C_w$ надо умножить ${}^{n}C_1$ на коэффициент: $\mathrm{k} = 1/2^{(w-1)\cdot n}$, ф.1.11.1, получаем формулу:

$ {}^{n}C_w = {}^{n}C_1 \cdot \frac{1}{2^{n(w-1)}} = \frac{(2^n-1)^2}{2^{3n+1}} N \cdot \frac{1}{2^{n(w-1)}} = \frac{(2^n-1)^2}{2^{n(w+2)+1}} N $

- полученная формула и есть ф.1.1. Теорема доказана.

Обсуждение.

Для нахождения всех цуг ${}^{n}C_{wN}$ с длиной n базового события ${}^{n}S$ используют формулу нулевой цуги.

Нулевая цуга. Нулевой цугой ${}^{n}C_{0N}$, называется множество всех цуг ${}^{n}C_w$ (ф.1.1) всех полуволн w с одинаковой длиной n событий ${}^{n}S$, ф.2.1:

$$ {}^{n}C_{0N} = \sum_{w=1}^{w\to\infty} {}^{n}C_{wN} = \sum_{w=1}^{w\to\infty} \frac{(2^n-1)^2}{2^{n(w+2)+1}} N = \frac{2^n-1}{2^{2n+1}} N \qquad (\text{Ф}.2.1) $$

Мат. ожидание суммы нулевых цуг всех длин n равно $N/3$, ф.2.2 [1- 5]:

$$ \sum_{n=1}^{n\to\infty} {}^{n}C_{0N} = \frac{N}{3} \qquad (\text{Ф}.2.2) $$

Связь цуг с составными события последовательности. Интересно, что логические сущности в бинарной пос-ти численно зависят от своего логического уровня LX, где: X=1, 2, 3 – номер логического уровня. Число бинарных событий N в пос-ти - первый логический уровень $L1$, равно: $N/1$. Число составных событий ${}^{n}S_N$ в пос-ти - второй уровень $L2$, равно: $N/2$. Число нулевых цуг ${}^{n}C_{0N}$ в пос-ти - третий уровень $L3$, равно: $N/3$.

Если умножить число цуг ${}^{n}C_{wN}$ (ф.1.1) в пос-ти на количество цуговых полуволн w, то получится число составных событий ${}^{n}S({}^{n}C_{wN})$ входящих в эту цугу ${}^{n}C_{wN}$, ф.2.3:

$$ {}^{n}S({}^{n}C_{wN}) = w \cdot {}^{n}C_{wN} = w \cdot \frac{(2^n-1)^2}{2^{n(w+2)+1}} N \qquad (\text{Ф}.2.3) $$

Суммируя составные события ${}^{n}S({}^{n}C_{wN})$ каждой цуги ${}^{n}C_{wN}$, при фиксированной длине полуволны n, получим полное число составных событий ${}^{n}S$, входящих в n-ю моду ${}^{n}M$, ф.2.4:

$$ {}^{n}S_N = \sum_{w=1}^{\infty}(w \cdot {}^{n}C_{wN}) = \sum_{w=1}^{\infty}\left(w \cdot \frac{(2^n-1)^2}{2^{n(w+2)+1}}N\right) = \frac{N}{2^{n+1}} \qquad \text{Ф.2.4} $$

Просуммировав все ${}^{n}S_N$, для всех длин полуволн n, получим полное число составных событий пос-ти, ф.2.5:

$$ S_N = \frac{N}{2} = \sum_{n=1}^{\infty} {}^{n}S_N = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{w=1}^{\infty}\left(w \cdot \frac{(2^n-1)^2}{2^{n(w+2)+1}}N\right) \qquad \text{Ф.2.5} $$

Приведём формулы для расчёта численности элементарных событий El в цугах. Умножая число составных событий ${}^{n}S_N$ из ф.2.3, на n - длину полуволны (составного события), получаем число эл в цуге ${}^{n}C_{wN}$, ф.2.6

$$ El({}^{n}C_{wN}) = n \cdot w \cdot \frac{(2^n-1)^2}{2^{n(w+2)+1}}N \qquad \text{(Ф.2.6)} $$

Ф. 2.6 была впервые напечатана в работе [7] под номером ф.1.2, но с технической опечаткой, которую исправляет ф.2.6.

Число всех событий пос-ти N из числа цуг ${}^{n}C_{wN}$ равно сумме всех элементарных событий $El({}^{n}C_{wN})$ в каждой из цуг, по ф.2.7:

$$ N = \sum_{n=1}^{\infty}(n \cdot {}^{n}S_N) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(n \cdot \sum_{w=1}^{\infty}(w \cdot {}^{n}C_{wN})\right); \qquad \text{Ф.2.7} $$

$$ \text{где: } {}^{n}C_{wN} = \frac{(2^n-1)^2}{2^{n(w+2)+1}}N $$

Резюме.

Доказана теорема: «Формула для цуг из составных событий», что переводит «Комбинаторику длинных последовательностей» с уровня экспериментально на уровень физико-математический.

Приведены основные формулы устанавливающие связь между цугами и составными событиями бинарной последовательности.

<u>Список литературы / References</u>

1. *Филатов О. В., Филатов И.О., Макеева Л.Л. и др.* «Потоковая теория: из сайта в книгу». Москва, «Век информации», 2014. С. 200.
2. *Филатов О.В., Филатов И.О.* «Закономерность в выпадении монет – закон потоковой последовательности». Германия, Издательский Дом: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2015. С. 268.
3. *Филатов О. В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности», «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. №5 (95). С. 226 – 233.
4. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение)». «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 6 (96). С. 236-245.
5. *Филатов О.В.,* Статья «Теорема «О амплитудно-частотной характеристике идеальной бинарной случайной последовательности». «Проблемы современной науки и образования», 2015 г. № 1 (31). С. 5–11.
6. *Филатов О.В.* Статья «Количественный расчёт результатов парадоксальной игры Пенни (управляемая вероятность выпадений серий монеты) на ставках минимальной длины». «Проблемы современной науки и образования», 2017 г., № 17 (99). С. 6–19.

7. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение 2)». Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. 2014. № 7 (97). С. 98-108.
8. *Филатов О.В*. Статья «Derivation of formulas for Golomb postulates. A method for creating pseudo-random sequence of frequencies Mises. Basics "Combinatorics of long sequences." / Вывод формул для постулатов Голомба. Способ создания псевдослучайной последовательности из частот Мизеса. Основы «Комбинаторики длинных последовательностей». Журнал «Проблемы современной науки и образования / Problems of modern science and education». № 17 (59), 2016 г.
9. Сайт со статьями Филатова О.В. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://kodpi.net/ (дата обращения: 26.05.2017).