РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕДЕНИЮ СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ТЕМЕ «ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ»

Левик Е.А.[1], Левик А.Ю.[2] Email: Levik17101@scientifictext.ru

[1]Левик Елена Александровна – старший преподаватель;
[2]Левик Александр Юрьевич – ассистент,
кафедра физики и технической механики,
Институт тонких химических технологий
Московский технологический университет,
г. Москва

Аннотация: *динамика вращательного движения является одной из самых сложных для восприятия студентами тем из курса механики в высшей школе. В работе приводится ряд методик и рекомендаций по проведению семинарских занятий по теме «Динамика вращательного движения» для студентов нефизических специальностей. Приводятся наиболее простые и наглядные методы определения физических величин, связанных с динамикой вращательного движения. Большое внимание уделяется аналогии между законами динамики вращательного и поступательного движения.*
Ключевые слова: *динамика вращательного движения, момент силы, момент импульса.*

RECOMMENDATIONS TO SEMINARS ON THE SUBJECT «ROTATIONAL MOTION»

Levik E.A.[1], Levik A.Yu.[2]

[1]Levik Elena Alexandrovna – Senior Lecturer;
[2]Levik Alexander Yuryevich – Assistant Lecturer,
DEPARTMENT OF PHYSICS AND TECHNICAL MECHANICS,
INSTITUTE OF FINE CHEMICAL TECHNOLOGIES
MOSCOW TECHNOLOGICAL UNIVERSITY (MIREA),
MOSCOW

Abstract: *dynamics of rotational motion is one of the most difficult courses of mechanics in the higher education for students to learn. The paper presents a number of methods and recommendations for conducting seminars on the topic "Dynamics of rotational motion" for the students of non-physical specialties. The simplest and most obvious methods for determining physical quantities associated with the dynamics of rotational motion are given. Considerable attention is paid to the analogy between the laws of dynamics of rotational and translational motion.*
Keywords: *dynamics of rotational motion, torque, angular momentum.*

УДК 531(076)

Введение

«Динамика вращательного движения» является достаточно сложной темой для студентов 1 курса ВУЗов, в которых физика не является профилирующим предметом. В рамках школьного курса рассматривались элементарные основы раздела «Механика». Программа ВУЗа представляет собой углубление и дополнение этого раздела на более высоком уровне, с использованием высшей математики. Как правило, студенты первого курса «нефизических» специальностей не имеют достаточной подготовки по математике.

Тема «Динамика вращательного движения» занимает особое положение в разделе «Механика», т.к. в школьной программе эта тема отсутствует. В школьной и, затем, начальной программе вуза по курсу физики подробно изучается кинематика поступательного и вращательного движения. Значительное внимание уделяется законам динамики поступательного движения. Характерные физические величины и формулировки законов динамики вращательного движения являются для студентов новыми и вводятся впервые. В программе вуза этой теме отводится относительно небольшое число лекционных и семинарских часов, несмотря на то, что именно в этом разделе рассматриваются такие сложные для понимания физические величины, как момент инерции, момент силы и момент импульса. Для операций с этими величинами необходимо знакомство с элементами векторного и даже тензорного анализа. Для студентов первого курса значительное затруднение представляют даже действия над векторами в рамках линейной алгебры. Студенты не знают правила проецирования векторов на оси, не умеют определять направление и величину векторного произведения. В результате студенты не способны понять ни физический смысл величин, характеризующих динамику вращательного движения, ни взаимосвязь между этими величинами. Без этого законы динамики вращательного движения и закон сохранения момента импульса для студентов остаются только номинальными формулировками.

В настоящей работе даются более простые и наглядные методы определения физических величин, связанных с динамикой вращательного движения. Так, при определении направления векторного произведения правило буравчика приводится без привлечения «пространственного воображения», как это делается в большинстве стандартных учебников. Не только записаны, но и обоснованы, формулы для момента силы и момента импульса относительно оси вращения. Чтобы студенты могли наглядно представить себе природу момента сил, отдельно рассматриваются 2 случая: сила параллельна оси и сила перпендикулярна к оси; приводятся соответствующие простые примеры. Подробно рассматривается понятие о моменте импульса относительно оси для материальной точки и для твердого тела.

Предлагается записывать законы динамики вращательного движения и закон сохранения момента импульса только относительно оси вращения. На лекциях и семинарах необходимо, не вдаваясь в подробности, дать студентам представление о принципиальном различии между скалярной величиной – массой, и моментом инерции, имеющим тензорный характер. Как известно, тензорный характер момента инерции может обусловливать несовпадение направления векторов момента силы $\vec{M}$ и углового ускорения $\vec{\varepsilon}$, момента импульса $\vec{L}$ и угловой скорости $\vec{\omega}$. Если записывать законы динамики и закон сохранения момента импульса относительно точки, возникает необходимость работать с моментом инерции, как с тензорной величиной. Поэтому студенты должны понимать, что вращение относительно оси нельзя отождествлять с вращением относительно точки.

Чтобы облегчить понимание новой темы, проводится параллель между величинами и законами поступательного и вращательного движения. Динамика поступательного движения воспринимается легче, т.к. эта тема уже пройдена. Для наглядности законы динамики поступательного движения, как и законы динамики вращательного движения, записаны только в проекции на оси.

В рамках работы дается общее представление о величинах и законах, используемых при изучении вращательного движения. Основной целью является помощь отстающим студентам в усвоении новой сложной темы, в понимании и осмыслении природы новых физических величин и законов.

Динамика вращательного движения

При поступательном движении все точки тела движутся по одинаковым траекториям. Напомним, что основу динамики поступательного движения составляют законы Ньютона.

Если некоторая точка тела или некоторая прямая (называемая осью вращения) при движении остается неподвижной, движение называется вращательным. Будем рассматривать случай вращения тела относительно оси. Угловое ускорение тела относительно оси определяется законом, аналогичным второму закону Ньютона. Этот закон имеет название: *основной закон динамики вращательного движения относительно оси.*

$$I \cdot \varepsilon = \sum M_z \qquad (1)$$

Формулировка закона: произведение момента инерции на угловое ускорение равно суммарному моменту сил.

Динамику вращательного движения характеризуют следующие величины: момент инерции I, угловое ускорение ε, момент силы относительно оси M_z.

Момент инерции

<u>*Момент инерции*</u> – тензорная физическая величина. Момент инерции представляет собой симметричный тензор, определяемый шестью различными значениями. В этом заключается его принципиальное отличие от массы, которая является величиной скалярной. В связи с тензорной природой момента инерции направления векторов момента силы и углового ускорения, а также момента импульса и угловой скорости могут не совпадать. Студенты, как правило, не понимают этого важного обстоятельства.

Момент инерции материальной точки относительно оси равен произведению ее массы на квадрат расстояния до оси вращения: $I = m\, r^2$.

Момент инерции твердого тела равен сумме моментов инерции его элементов: $I = \int_V r^2\, dm$.

Студенты уже имеют представление, что момент инерции характеризует распределение массы тела относительно оси вращения. На конкретных примерах следует пояснить, что значения момента инерции одного и того же тела (если это, конечно, не шар) относительно разных по направлению осей не совпадают. Хороший пример – момент инерции стержня: 1) относительно оси, перпендикулярной к стержню, и проходящей через конец стержня $I_k = m\, l^2/3$; 2) относительно оси, перпендикулярной к стержню, и проходящей через середину стержня $I_0 = m\, l^2/12$ [1, 3]; 3) относительно собственной оси симметрии $I = m\, d^2/2$ [2, 3]. На примере осей, перпендикулярных к стержню, уместно пояснить *теорему Штейнера* [1, 2, 3].

Угловое ускорение

Понятие об <u>угловом ускорении</u> тела относительно оси студентам уже знакомо. Эта физическая величина была введена в разделе кинематики вращательного движения.

Момент силы

Определение <u>момента силы</u> в рамках школьной программы приведено недостаточно подробно. Прежде чем переходить к понятию момента силы относительно оси, необходимо ввести понятие момента силы относительно точки.

Моментом силы называется векторная величина, равная векторному произведению радиуса-вектора $\vec{r}$ на вектор силы $\vec{F}$:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] \qquad (2)$$

Направление момента силы определяется по правилу буравчика (или винта). Это правило вызывает у студентов большие затруднения. Например, в учебниках И. В. Савельева, Т. И. Трофимовой [3, 4] это правило приводится с привлечением «пространственного воображения». Отстающие студенты обычно такую формулировку не воспринимают. На основании длительного опыта преподавания можно утверждать, что наиболее понятной для студентов является следующая форма изложения правила буравчика.

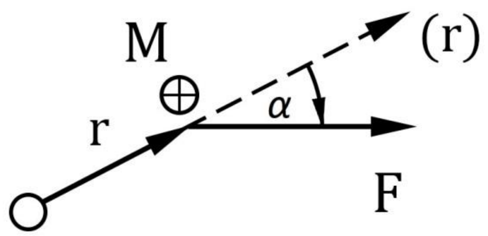

Рис. 1. Определение направления момента силы

Т.к. момент силы $\vec{M}$ – векторное произведение, вектор $\vec{M}$ перпендикулярен к радиусу-вектору $\vec{r}$ ($\vec{M} \perp \vec{r}$), а также к вектору силы $\vec{F}$ ($\vec{M} \perp \vec{F}$).

На рис. 1 векторы $\vec{r}$ и $\vec{F}$ лежат в плоскости чертежа, следовательно, вектор $\vec{M}$ перпендикулярен к плоскости чертежа. Такой вектор принято обозначать кружочком, внутри которого ставят крестик, если вектор направлен вниз за чертеж, и точку, если вектор направлен вверх.

Чтобы применить правило буравчика (или винта), следует мысленно совместить начало векторов в одной точке (см. рис. 1). Затем поместить острие буравчика в начало векторов. После этого нужно вращать рукоятку буравчика от первого вектора-сомножителя ($\vec{r}$) ко второму ($\vec{F}$) по направлению наименьшего угла. В примере, приведенном на рис. 1, вращение идет по часовой стрелке, следовательно, вектор $\vec{M}$ направлен за чертеж. Важно обратить внимание студентов на тот факт, что векторное произведение не коммутативно. Многие студенты забывают об этом и произвольно изменяют порядок сомножителей. В этом случае направление вектора момента силы студенты определяют неверно.

Численное значение вектора $\vec{M}$ равно модулю векторного произведения:

$$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha \qquad (3)$$

Здесь r – модуль радиуса-вектора, F – модуль силы, α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$. В дальнейшем для обозначения модулей векторов будем использовать буквенный символ без знака вектора.

Опираясь на определение момента силы относительно точки, можно ввести понятие момента силы относительно оси. Чтобы студенты могли наглядно представить физический смысл момента силы относительно оси, рассмотрим отдельно два случая. Ось вращения в дальнейшем будем обозначать всегда одинаково – ZZ'.

1). Сила направлена параллельно оси вращения ZZ'.

$\vec{F} \parallel ZZ'$

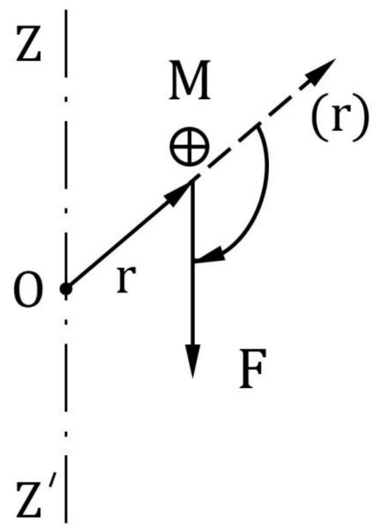

Рис. 2. Момент силы относительно оси: сила направлена параллельно оси вращения

Найдем сначала момент силы относительно некоторой произвольной точки O на оси (рис. 2). Вектор M, согласно правилу буравчика, направлен перпендикулярно чертежу за чертеж. Ось лежит в плоскости чертежа, следовательно, вектор M перпендикулярен также к оси ZZ', поэтому проекция вектора $\vec{M}$ на ось (M_z) равна нулю. Проекция вектора $\vec{M}$ называется моментом силы относительно оси. Таким образом, мы доказали, что сила, параллельная оси вращения, не создает момента относительно этой оси.

$$M_z = 0 \qquad (4)$$

Это означает, что под действием силы, параллельной оси, вращение невозможно. В качестве примера можно привести детскую пирамидку. Если подействовать на колечко пирамидки силой, параллельной оси, колечко будет скользить вдоль оси вниз (или вверх), но вращение вокруг оси происходить не будет.

2). Сила лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения.

$\vec{F} \perp ZZ'$

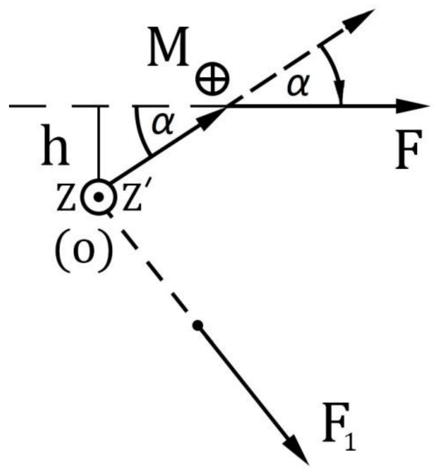

Рис. 3. Момент силы относительно оси: сила лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения

На рис. 3 ось ZZ' перпендикулярна к чертежу. Опять выберем произвольную точку O, и найдем вектор момента $\vec{M}$ относительно этой точки. В данном случае удобно выбрать точку пересечения оси с плоскостью чертежа (рис. 3).

По правилу буравчика направление вектора $\vec{M}$ будет перпендикулярно чертежу. Но теперь ось ZZ' также перпендикулярна к чертежу. Следовательно, направление вектора $\vec{M}$ параллельно оси ZZ'. В этом случае проекция на ось M_z равна модулю вектора $\vec{M}$:

$$M_z = M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot r \cdot \sin\alpha = F \cdot h$$

Величина h носит название плеча силы. Плечо – это кратчайшее расстояние от оси до прямой, вдоль которой действует сила (см. рис. 3).

Таким образом, если сила перпендикулярна к оси, то момент силы относительно оси равен произведению силы на плечо.

$$M_z = F \cdot h \qquad (5)$$

Эта формула известна из школьного курса. Если обратиться к детской пирамидке: под действием силы, перпендикулярной к оси, колечко пирамидки будет вращаться.

Есть еще один случай, когда момент силы оказывается равным нулю. Если прямая, вдоль которой направлена сила, проходит через ось (сила F_1 на рис. 3), или сила приложена к оси, плечо оказывается равным нулю (см. определение плеча). На рис. 3 прямая, по которой действует сила F_1, проходит через ось ZZ'. Следовательно, ее плечо равно нулю. Поэтому момент силы будет равен нулю, несмотря на то, что сила перпендикулярна к оси (на рис. 3 – момент силы F_1).

Можно снова обратиться к детской пирамидке. Легко сообразить, что сила, направленная в сторону от оси, не заставит колечко вращаться.

Студенты должны понимать, что отличный от нуля момент создает только такая сила, направление которой перпендикулярно к оси, и (второе условие) прямая, вдоль которой действует сила, не проходит через ось. *Сила, направленная параллельно оси, момента не создает.*

Если сила по отношению к оси имеет произвольное направление, следует разложить такую силу на две составляющие – параллельную оси вращения и перпендикулярную к оси. Момент будет создавать только та составляющая, которая направлена перпендикулярно к оси.

Приведем аналогию с поступательным движением. Второй закон Ньютона в проекции на ось X :

$$m\,a = \sum F_x \qquad (6)$$

Сравнивая формулировки второго закона Ньютона (6) и закона динамики вращательного движения (1), легко заметить, что эти законы имеют много общего. Вместо массы во втором законе Ньютона, в законе динамики вращательного движения стоит момент инерции, вместо линейного ускорения – угловое ускорение. Во втором законе Ньютона справа стоит сумма сил, а в законе динамики вращательного движения – суммарный момент сил. Это означает, что эти величины выполняют подобные роли в поступательном и вращательном движении.

Еще одной величиной, характеризующей динамику вращательного движения, является момент импульса.

Момент импульса

В школьном курсе физики определение момента импульса не приводится. Поэтому следует подойти к понятию момента импульса особенно внимательно.

Понятие *импульса* студентам уже знакомо. Напомним, что импульсом материальной точки называется векторная величина, равная произведению массы на вектор скорости: $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$, в проекции на ось X:

$$p_x = m\,V \qquad (7)$$

Перейдем к определению момента импульса.

1). <u>Момент импульса материальной точки относительно точки</u>.

Моментом импульса мат. точки относительно точки называется вектор, равный векторному произведению импульса на радиус-вектор:

$$\vec{L} = [\vec{r}\,\vec{p}] \qquad (8)$$

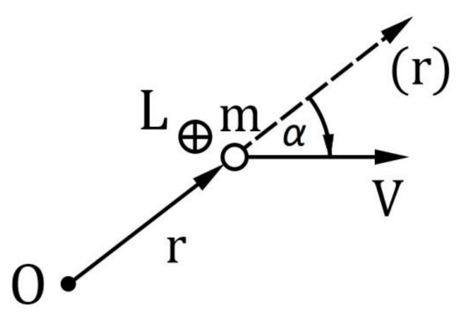

Рис. 4. Момент импульса мат. точки относительно точки

Учитывая, что $\vec{p} = m\,\vec{v}$, где m – масса, величина скалярная:

$$\vec{L} = m[\vec{r}\,\vec{v}] \qquad (9)$$

Направление вектора $\vec{L}$ определяем по правилу буравчика (см. момент силы).

После совмещения начала векторов $\vec{r}$ и $\vec{p}$ (или $\vec{V}$) в одной точке вращаем рукоятку буравчика от первого вектора-сомножителя $\vec{r}$ ко второму $\vec{p}$ (или $\vec{V}$) по направлению наименьшего угла (рис. 4). Модуль момента импульса:

$$L = m \cdot r \cdot v \cdot \sin\alpha \qquad (10)$$

Поскольку момент импульса определяется как векторное произведение радиуса-вектора на импульс, а момент силы – векторное произведение радиуса-вектора на силу, можно опираться на эту аналогию.

2) Момент импульса материальной точки относительно оси.

а) $\vec{V} \,||\, ZZ'$

На рис. 5 ось ZZ' параллельна плоскости чертежа.

Возьмем произвольную точку O на оси ZZ' и найдем момент импульса относительно этой точки. По правилу буравчика направление вектора $\vec{L}$ перпендикулярно оси ZZ' ($\vec{L} \perp ZZ'$), следовательно, проекция этого вектора на ось:

$$L_z = 0 \qquad (11)$$

Момент импульса относительно оси равен нулю (сравните с моментом силы в случае $\vec{F} \,||\, ZZ'$).

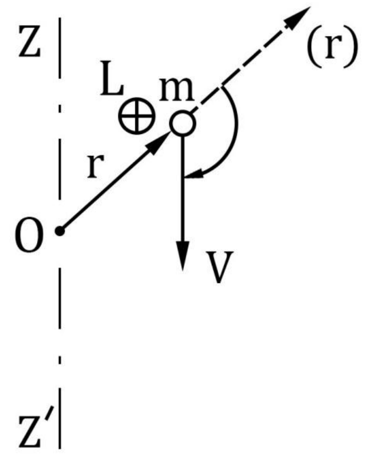

Рис. 5. Момент импульса мат. точки относительно оси ($\vec{V} \,||\, ZZ'$)

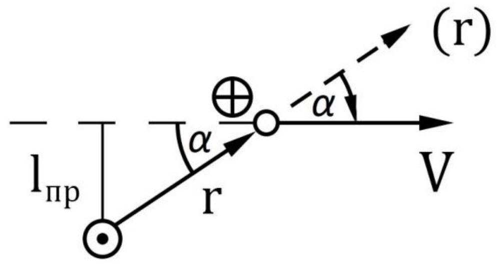

Рис. 6. Момент импульса мат. точки относительно оси ($\vec{V} \perp ZZ'$)

б) $\vec{V} \perp ZZ'$

На рис. 6 ось ZZ' перпендикулярна плоскости чертежа.

Выберем точку пересечения оси плоскостью чертежа (т. O). Найдем момент импульса $\vec{L}$ относительно этой точки. Его направление параллельно оси ZZ' ($\vec{L} \,||\, ZZ'$), поэтому проекция на ось равна модулю вектора $\vec{L}$: $L_z = L = m \cdot V \cdot r \cdot \sin\alpha$.

Пунктиром на рис. 6 показана прямая, по которой направлен вектор скорости $\vec{V}$. Расстояние от оси ZZ' до этой прямой равно длине отрезка $l_{пр}$: $l_{пр} = r \cdot \sin\alpha$. Этот отрезок называют прицельным расстоянием или плечом импульса (по аналогии с плечом силы). Таким образом, если $\vec{V} \perp ZZ'$, для момента импульса получим:

$$L_z = m \cdot V \cdot l_{пр} \qquad (12)$$

или

$$L_z = p \cdot l_{пр} \qquad (13)$$

Момент импульса в случае, если скорость параллельна оси ($\vec{V}\,||\,ZZ'$) равен произведению импульса на прицельное расстояние ($L_z = p \cdot l_{np}$). Эта формула аналогична соответствующей формуле для момента силы ($M_z = F \cdot h$).

После определения момента импульса материальной точки относительно оси, введем понятие момента импульса относительно оси для твердого тела, которое нельзя считать материальной точкой.

3) <u>Момент импульса твердого тела относительно оси</u>.

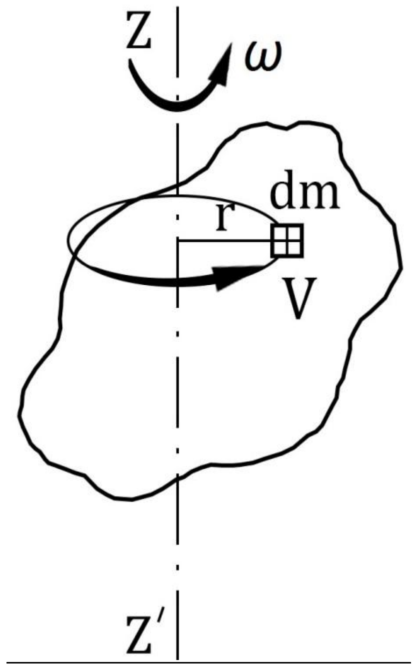

Рис. 7. Момент импульса твердого тела относительно оси

На рис. 7 тело произвольной формы вращается относительно оси ZZ'. Выберем произвольный малый элемент тела, который можно считать мат. точкой. Обозначим его массу dm. При вращении вокруг оси все элементы тела движутся по окружностям, плоскости которых перпендикулярны к оси. Радиус окружности, по которой движется элемент dm, обозначим r.

Скорость элемента $\vec{V}$ перпендикулярна оси ZZ'. Для мат. точки, движущейся перпендикулярно оси, момент импульса определяется формулой (12):

$dL_z = V \cdot l_{np} \cdot dm$.

При движении по окружности прицельное расстояние равно радиусу этой окружности: $l_{np} = r$.

Таким образом, для момента импульса малого элемента получим:

$$dL_z = \omega \cdot r^2 \cdot dm \qquad (13а)$$

Чтобы найти момент импульса всего тела, следует просуммировать моменты импульса всех элементов тела. Поскольку момент импульса относительно оси – величина скалярная, суммирование здесь производится алгебраическое. Следовательно, в пределе, уменьшая размер элементов и увеличивая их количество, можно перейти к интегрированию:

$$L_z = \int_V d\,L_z = \int_V \omega\, r^2 dm$$

Для твердого тела угловая скорость одинакова для всех элементов, следовательно:

$L_z = \omega \int_V r^2\, dm$

Выражение под знаком интеграла представляет собой момент инерции. Окончательно для момента импульса твердого тела относительно оси получим:

$$L_z = I \cdot \omega \qquad (14)$$

Момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции на угловую скорость.

Мы уже касались вопроса об аналогии между величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение (массе соответствует момент инерции, силе – момент сил).

Величиной, аналогичной моменту импульса во вращательном движении (13), в поступательном движении является импульс (7). Обе эти величины рассматриваем в проекции на оси.

При вращении твердого тела относительно оси выполняется закон динамики вращательного движения (1).

Учитывая, что угловое ускорение – первая производная от угловой скорости $\varepsilon = \square\omega/\square\square$, а момент инерции относительно оси для твердого тела есть величина постоянная, в левой части этого уравнения получим:

$$I \cdot \varepsilon = I \cdot d\omega/dt = d\,(I \cdot \omega)/dt = dL_z/dt$$

Если рассматривается система тел, момент импульса системы равен сумме моментов импульсов всех тел, входящих в эту систему:

$$L_z = \sum L_{zi} \qquad (15)$$

В правой части стоит суммарный момент сил. В случае системы тел в правой части следует учитывать только моменты внешних сил. Отсюда приходим к основному закону динамики вращательного движения для системы тел.

Основной закон динамики вращательного движения для системы тел:

$$dL_z\,/dt = \sum M_{z\,\text{внеш}} \qquad (16)$$

Скорость изменения момента импульса равна суммарному моменту внешних сил.

Этот закон является обобщением закона динамики вращательного движения твердого тела относительно оси (для одного тела), для случая системы тел.

Закон сохранения момента импульса

На основании основного закона динамики вращательного движения можно сформулировать *закон сохранения момента импульса*.

Если система замкнута ($F_{\text{внеш}} = 0$) или моменты внешних сил относительно оси вращения скомпенсированы ($\sum M_{z\,\text{внеш}} = 0$), то момент импульса системы относительно оси сохраняется ($L_z = const$).

Можно использовать вторую формулировку этого закона. Момент импульса тела $L_z = I \cdot \omega$. Если изменяется момент инерции тела, а момент импульса не меняется, то изменится угловая скорость вращения.

Вторая формулировка *закона сохранения момента импульса*: если система замкнута ($F_{\text{внеш}} = 0$) или моменты внешних сил относительно оси скомпенсированы ($\sum M_{z\,\text{внеш}} = 0$), то произведение момента инерции на угловую частоту остается постоянным ($I \cdot \omega = const$).

Закон сохранения момента импульса вытекает из основного закона динамики: если система замкнута (внешних сил нет, они не могут создавать моментов) или сумма моментов внешних сил равна нулю, правая часть уравнения (16) обращается в ноль. Следовательно, и левая часть равна нулю. В левой части стоит производная от момента импульса. Поскольку она равна нулю, момент импульса сохраняется.

Напомним, что в динамике поступательного движения обобщением второго закона Ньютона ($m\,a = \sum F_x$) (6) является основной закон динамики поступательного движения для системы тел (все законы записаны в проекции на ось X):

$$dP_x\,/dt = \sum F_{x\,\text{внеш}} \qquad (17)$$

При изучении поступательного движения был сформулирован *закон сохранения импульса*. Если система замкнута ($F_{\text{внеш}} = 0$) или внешние силы скомпенсированы ($\sum \square_{\square\,внеш} = 0$), то импульс системы сохраняется.

Следует обратить внимание студентов на подобие и различие в формулировках законов сохранения импульса и момента импульса.

Закон сохранения момента импульса – третий из законов сохранения, которые существуют в механике. Студентам уже известны закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии. Закон сохранения момента импульса играет не менее важную роль в этой «триаде». Нужно заметить, что студенты склонны забывать о существовании этого закона.

Кинематические величины и законы, характеризующие поступательное и вращательное движение, в определенном смысле соответствуют друг другу. Теперь можно утверждать, что такое соответствие существует и в динамике. Чтобы дать возможность студентам лучше ориентироваться в вопросах динамики вращательного движения, имеет смысл составить таблицу такого рода аналогий (для наглядности все величины и законы поступательного движения в таблице записаны в проекции на ось X) (табл. 1).

Таблица 1. Кинематические и динамические величины и законы поступательного и вращательного движения

Поступательное движение	**Вращательное движение**
m – масса или мера инертности	I – момент инерции

V – линейная скорость	ω – угловая скорость
$a = dV/dt$ – линейное ускорение	$\varepsilon = d\omega/dt$ – угловое ускорение
Fx – сила	Mz – момент силы
$ma = \sum F_x$ – второй закон Ньютона	$I\varepsilon = \sum M_z$ – закон динамики вращательного движения
$p_x = mV_x$ – импульс	$L_z = I\omega$ – момент импульса
$dP_x/dt = \sum F_{x\ \text{внеш}}$	$dL_z/dt = \sum M_{z\ \text{внеш}}$
Закон сохранения импульса: если система замкнута или внешние силы скомпенсированы, импульс системы сохраняется	Закон сохранения момента импульса: если система замкнута или моменты внешних сил скомпенсированы, момент импульса системы сохраняется
$E_{\text{к пост}} = mV^2/2$	$E_{\text{к вращ}} = I\omega^2/2$

При определении динамических величин не случайно использовался термин «момент» (момент инерции, момент силы, момент импульса). Этот термин является «подсказкой», указывает на соответствие величин, роль которых в динамике поступательного и вращательного движения совпадает. Законы, описывающие динамику поступательного и вращательного движения, также имеют сходные формулировки. Последние две формулы в таблице выражают кинетическую энергию поступательного и вращательного движения. Эти формулы «построены» на основании аналогии между величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение. Наличие аналогии позволяет «конструировать» некоторые формулы, не прибегая к сложным выкладкам. Для кинетической энергии поступательного движения справедливо выражение:

$$E_{\text{к пост}} = mV^2/2$$

Подставляя вместо массы m момент инерции I, вместо линейной скорости V угловую скорость ω (см. табл. 1), получаем для кинетической энергии вращения искомую формулу:

$$E_{\text{к вращ}} = I\omega^2/2$$

Исходя из аналогии, можно вычислить и работу силы. Работа постоянной по величине и направлению силы при прямолинейном перемещении выражается формулой:

$$A = \vec{F}\,\vec{l} = F \cdot l \cdot \cos\alpha = F_l\, l$$

Подобная формула выражает работу силы при угловом перемещении:

$$A = M_z\,\varphi$$

Заключение

Динамика вращательного движения, как правило, вызывает наибольшие трудности в курсе механики, т.к. в школьном курсе эта тема лишь слегка затрагивается. Эта небольшая работа является результатом длительного опыта преподавания данного раздела в ВУЗе химического профиля. Без знания основ физики невозможно понимание многих разделов химии и биологии. К сожалению, программа по физике не рассчитана на глубокое изучение многих важных разделов физики, в частности, динамики вращательного движения. Более подробное рассмотрение таких сложных понятий, как момент инерции, момент силы, момент импульса позволяет облегчить студентам освоение этой темы. Записывая законы динамики вращательного движения в проекции на ось вращения, можно избежать необходимости работать с моментом инерции как с тензором. Таблица аналогий помогает студентам легче понять и воспроизвести величины и законы динамики вращательного движения, опираясь на законы динамики поступательного движения.

Список литературы / References

1. *Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А.* Механика. М.: Физматлит, 2011. 469 с.
2. *Дмитриева В.Ф., Прокофьев В.Л.* Основы физики. М.: Высшая школа, 2001. 527 с.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 352 с.
4. *Трофимова Т. И.* Курс физики. М.: Издательский центр «Академия», 2015. 560 с.