Geomechanical model of prediction of ground settlement due to construction of underground structures in urban condition

Karasev M.[1], Belakov N.[2]

Геомеханическая модель прогноза деформаций земной поверхности при строительстве подземных сооружений в условиях плотной городской застройки

Карасев М. А.[1], Беляков Н. А.[2]

[1]Карасев Максим Анатольевич / Karasev Maxim - доцент;
[2]Беляков Никита Андреевич / Belakov Nikita - доцент,
кафедра строительства горных предприятий и подземных сооружений,
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», г. Санкт-Петербург

Аннотация: *работа посвящена разработке математической модели поведения слоистой аргилитоподобной глины. Формулировка модели поведения выполнена в рамках нелинейной теории упругости. Рассмотрены вопросы математического описания процессов деформирования грунтов в диапазоне малых деформаций. Приведены уравнения взаимосвязи между напряжениями и деформациями для трансверсальной изотропной нелинейно среды.*
Abstract: *the article is devoted to the development of a mathematical model of the behavior of the layered very stiff clay. Constitutive soil model is worked out in the framework of the nonlinear theory of elasticity. The problems of the mathematical description of soil deformation processes in the range of small deformations is considered in the work. The equations of the relationship between stress and strain for a transversely isotropic nonlinear medium is presented.*

Ключевые слова: *модель поведения грунта, нелинейная упругость, анизотропия механических свойств, оседания земной поверхности, подземные сооружения.*
Keywords: *constitutive soil model, nonlinear elasticity, anisotropy of mechanical properties, settlement of ground surface, underground structures.*

Величина деформаций земной поверхности и конфигурация мульды оседания зависят от многих факторов, из которых наиболее важными являются глубина заложения, размеры и форма поперечного сечения подземного сооружения, принятая технология строительства подземного сооружения, геологические и гидрогеологические условия строительства и особенности механического поведения породы. В работе основное внимание будете уделено геомеханической модели поведения грунтов средней и высокой степени литификации.

Для прогноза деформаций земной поверхности от строительства подземных сооружений геомеханическая модель поведения среды должна учитывать следующие особенности поведения грунтов: анизотропию деформационных свойств, нелинейное упругое поведение в диапазоне от очень малых до малых деформаций, влияние средних напряжений на деформационные показатели глины. Для описания данных процессов за основу может быть взята геомеханическая модель, представленная в работе Graham и Houlsby (1983) [1], позволяющая описать деформирование трансверсально-изотропной среды с учетом нелинейного изменения деформационных свойств. В модель внесен ряд изменений. Во-первых, в модели учтено влияние средних напряжений на величину деформационных свойств пород. Во-вторых, вместо модели Jardine [2] для учета изменения деформационных свойств в области малых деформаций принята модель Hardin и Drnevich [3], которая является более простой с точки зрения математической формулировки и более понятной с физической точки зрения. Ниже представлена математическая интерпретация предлагаемой геомеханической модели.

Для грунтов средней и высокой степени литификации, деформационные свойства различаются в вертикальном и горизонтальном направлениях, свойства глин в горизонтальных направлениях одинаковы. Такие глины можно рассматривают как трансверсально-изотропные среды. Для описания трансверсально-изотропной среды достаточно семи констант E_v – модуль упругости в вертикальном направлении (перпендикулярно плоскости изотропии), E_h - модуль упругости в горизонтальном направлении (в плоскости изотропии), ν_{vh} - коэффициент Пуассона, характеризующий горизонтальные деформации, вызванные продольными напряжениями, ν_{hv} – коэффициент Пуассона, характеризующий продольные деформации, вызванные горизонтальными напряжениями, ν_{hh} - коэффициент Пуассона, характеризующий горизонтальные деформации, вызванные горизонтальными напряжениями (напряжениями, действующими в ортогональном направлении); G_{hv} – модуль сдвига в вертикальной плоскости (перпендикулярно плоскости изотропии); G_{hh} - модуль сдвига в горизонтальной плоскости (в плоскости изотропии).

Однако не все 7 констант независимы друг от друга. Так как горизонтальная плоскость является плоскостью изотропии, константа G_{hh} зависит от E_h и ν_{hh}, как показано в уравнении (1)(1)

$$G_{hh} = \frac{E_h}{2(1+2\nu_{hh})}. \qquad (1)$$

Для упругих материалов, для обеспечения симметричности матрицы жесткости должно выполняться условие термодинамического равновесия (Love, 1927):

$$\frac{\nu_{hv}}{E_h} = \frac{\nu_{vh}}{E_v}. \qquad (2)$$

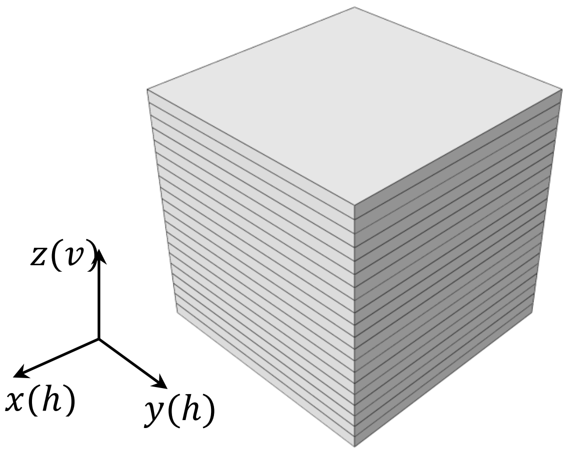

Рис. 1. Трансверсально-изотропная среда: xy – плоскость изотропии; z – ось изотропии

Чтобы учесть нелинейный характер деформирования трансверсально-изотропной среды, необходимо установить взаимосвязь между упругими константами. В работе Graham и Houlsby [1] введено понятие коэффициента анизотропии α, который позволяет перейти от двух упругих констант E^* и ν^* к упругим константам, необходимым для описания трансверсально-изотропной среды. Пять выше приведенных независимых упругих констант и одну зависимую константу можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned}
E_v &= E^*; \\
E_h &= \alpha^2 E^*; \\
\nu_{vh} &= \frac{\nu^*}{\alpha}; \\
\nu_{hh} &= \nu^*; \qquad (3) \\
G_{hv} &= \frac{\alpha E^*}{2(1+\nu^*)}; \\
G_{hh} &= \frac{\alpha^2 E^*}{2(1+\nu^*)}.
\end{aligned}$$

Как видно из представленных выражений, отношения модулей упругости, коэффициентов Пуассона и модулей сдвига связаны друг с другом следующей зависимостью:

$$\alpha = \sqrt{\frac{E_h}{E_v}} = \frac{\nu_{hh}}{\nu_{vh}} = \frac{G_{hh}}{G_{vh}}. \qquad (4)$$

Выражение (10) является существенным допущением, и некоторые авторы отмечали, что его корректность спорна, так как сами по себе все 5 упругих компонент независимы.

Выразим матрицу податливости с учетом уравнения (3) (4):

$$
\mathbf{C} = \frac{1}{E^*}\begin{bmatrix}
\frac{1}{\alpha^2} & -\frac{v^*}{\alpha^2} & -\frac{v^*}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{v^*}{\alpha^2} & \frac{1}{E_h} & -\frac{v^*}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{v^*}{\alpha} & -\frac{v^*}{\alpha} & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{2(1+v^*)}{\alpha} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+v^*)}{\alpha} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+v^*)}{\alpha^2}
\end{bmatrix}. \qquad (5)
$$

Нелинейную работу породы в диапазоне от весьма малых до малых деформаций удобно представить, воспользовавшись зависимостью, предложенной Hardin и Drnevich [2], которая связывает касательные напряжения и деформации сдвига:

$$
\tau = \frac{G_0 \gamma_{hist}}{1 + a\left|\frac{\gamma_{hist}}{\gamma_{0.7}}\right|}. \qquad (6)
$$

где G_0 – начальный модуль сдвига при весьма малых деформациях; γ_{hist} – сдвиговые деформации; $\gamma_{0.7}$ – граничное значение деформаций сдвига; a – параметр кривой.

При выполнении численного моделирования обычно используется касательный модуль, который можно получить из уравнения (6)

$$
G_t = G_0 \left(\frac{\gamma_{0.7}}{\gamma_{0.7} + \alpha \gamma_{hist}} \right)^2. \qquad (7)
$$

Если исходить из предположения, что коэффициент Пуансона v не изменяется в процессе нагружения, то тогда модуль объемного сжатия может быть определен по величине актуального на данный момент нагружения модуля сдвига:

$$
K_t = G_t \frac{2(1+v)}{3(1-2v)}. \qquad (8)
$$

Влияние средних напряжений p на способность породы сопротивляться деформациям формоизменения можно ввести через степенной закон:

$$
G_0 = G_0^{ref} \left(\frac{p}{p^{ref}} \right)^m. \qquad (9)
$$

где p^{ref} – ссылочные средние напряжения; G_0^{ref} – модуль сдвига, полученный при $p = p^{ref}$; m – показатель степени.

За величину граничного значения модуля сдвига можно принять его величину G_{ur}, полученную на основании испытаний образца породы при разгрузке и последующей нагрузке при больших деформациях

$$
G_{ur} = \frac{E_{ur}}{2(1+v_{ur})}. \qquad (10)
$$

С учетом выражения (14) и (18), величину деформаций сдвига γ_c на нижней границе малых деформаций определим, как

$$\gamma_c = \frac{\gamma_{0.7}}{a}\left(\sqrt{\frac{G_0}{G_{ur}}} - 1\right). \tag{11}$$

Представленные выше выражения (6) – (11) позволяют описать нелинейное упругое поведение изотропной среды. По полученным формулам каждому моменту времени (величине деформаций) можно легко противопоставить значение касательного модуля сдвига и модуля объемного сжатия. Преобразовав модуль объемного сжатия и модуль сдвига в показатели касательного модуля упругости и коэффициента Пуассона и подставив их в (5), получим касательную матрицу податливости трансверсально изотропной среды.

Использование представленной выше модели нелинейной упругой трансверсально изотропной среды для описания поведения пород высокой и средней степени литификации позволяет повысить достоверность прогноза деформаций породного массива. В частности, прогноз оседания земной поверхности при строительстве полузаглубленных и подземных сооружений, прогноз оседаний фундаментов, прогноз смещений контура полузаглубленных и подземных сооружений.

Литература

1. *Graham J., & Houlsby G. T.* 1983. Anisotropic elasticity of a natural clay. Geotechnique, 33 (2), pp. 165-180.
2. *Jardine R. J., Potts D. M., St. John H. D. and Hight D. W.* (1991). Some practical applications of a non-linear ground model. Proceedings of the 10th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Florence, Vol. 1, pp. 223-228.
3. *Hardin B. O., Drnevich V. P.* Shear modulus and damping in soils: Design equations and curves. Proc. ASCE: Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 98 (SM7): 667-692, 1972.