

# ЧАСТОТНЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ СВОЙСТВА СЛУЧАЙНЫХ БИНАРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ. БИНАРНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Филатов О.В. Email: Filatov17134@scientifictext.ru

Филатов Олег Владимирович - инженер-программист,  
ЗАО «Научно технический центр «Модуль», г. Москва

**Аннотация:** эксперименты с бинарными вероятностями этой статьи построены на постулатах: независимость результата выпадения идеальной монеты от любых других её выпадений; выпадение любой серии случайных бинарных событий (например «111») не имеет преимуществ над любой другой серией (например «010»); предсказывать не известные результаты выпадений монеты, записанные в виде последовательных цифр «0» и «1» - идентично предсказанию результатов выпадения самой монеты. Эксперименты с **большими** (длинными) последовательностями выпадений монеты показали возможность управления результатом её выпадения. Что демонстрируется экспериментами и формулами. Отметим, что между постулатами и опровергающими их экспериментами находится математико-алгоритмический аппарат: «Комбинаторика длинных последовательностей» (КДП). КДП уже получила применение в практической (инженерной) информатике, а отдельные её формулы включены в национальный стандарт США по генерации случайных пос-тей, хотя основные формулы КДП были впервые открыты в СССР и России, но с применением открытий впереди всегда иностранцы.

**Ключевые слова:** Игра Пенни, Р. Мизес, составное событие, КДП, СБП, цуга.

## FREQUENCY AND PROBABILISTIC PROPERTIES OF RANDOM BINARY SEQUENCES. BINARY GEOMETRIC PROBABILITY

Filatov O.V.

Filatov Oleg Vladimirovich - Software Engineer,  
SCIENTIFIC AND TECHNICAL CENTER «МОДУЛЬ», MOSCOW

**Abstract:** experiments with binary probabilities of this article are based on the postulates: the independence of the result of a perfect coin falling on any other of its fallouts; the loss of any series of random binary events (for example, "111") does not have any advantages over any other series (for example, "010"); predict unknown results of coin fallouts, recorded in the form of consecutive digits "0" and "1" - identical to the prediction of the results of the fall of the coin itself.

Experiments with large (long) coin deposition sequences have shown the ability to control the result of its fallout. What is demonstrated by experiments and formulas. Note that between the postulates and the experiments that refute them is a mathematical-algorithmic apparatus: "Combinatorics of long sequences" (CDR). KDP has already received application in practical (engineering) computer science, and some of its formulas are included in the US national standard for generating random networks, although the basic formulas of KDP were first discovered in the USSR and Russia, but with the application of discoveries, foreigners are always ahead.

**Keywords:** Game Penny, composite event, R. Mises, KDP, SBP, zug.

УДК: 51

### Введение

В игре Пенни игроки меняют частоты выпадений комбинаций. Например, игроки могут увеличить или уменьшить частоту (численность) выпадения комбинации «111». Если игроки меняют частоты выпадений комбинаций, то разве они не меняют вероятность их выпадения? В отечественных учебниках по вероятностям игра Пенни старательно не рассматривается и у читателей складывается мнение, что частота выпадения комбинации и вероятность её выпадения – это одно и то же. Это не так, вероятность и частота выпадения - разные сущности. Если в игре Пенни игроки действительно управляли бы вероятностью, то биржевые игроки, зарабатывающие на изменениях курсов валют, обязательно использовали бы эти приёмы для управления вероятностью выпадения курсов и извлекали бы больше прибылей. Можно констатировать, что разница между частотой выпадения комбинации (например: «111») и вероятностью выпадения этой же комбинации заключается в том, что на частоту выпадения комбинации можно влиять различными способами (примером служит игра Пенни), а на вероятность выпадения комбинации (например: «111»), влиять либо нельзя, либо можно, но очень незначительно (будет описано ниже).

Для управления частотами выпадений комбинаций я предпочитаю применять открытую мною геометрическую бинарную вероятность, которая выполняет основную функцию в ещё одной интересной теме (так же старательно избегаемой отечественной учебной литературой) – это мизесовское преобразование. Мизес предположил, что если из случайной бинарной последовательности отбирать члены, значения которых неизвестны, и, в любом порядке группируя их, образовывать из них вторичную (дочернюю) последовательность, то получаемая пос-ть унаследует материнское свойство случайности (то есть будет случайной). Современные представления о случайности предполагают, что из случайной бинарной пос-ти можно брать любые значения, величины которых неизвестны. Так как при внедрении этих неизвестных значений в любые позиции образуемой дочерней пос-ти, в том числе и в позиции между известными значениями дочерней пос-ти, мы не можем никак влиять на результат, так как вставляемые величины неизвестны нам и случайны. Оказалось, что это не так. Ниже дан алгоритм, в котором соблюдаются требования Мизеса по образованию дочерней последовательности из неизвестных случайных величин, но свойства дочерней пос-ти не будут свойствами случайной бинарной пос-ти.

#### *Список используемых сокращений*

**ТВ** – версия Теория Вероятностей, приводится в учебниках.

**СБП** – Случайная Бинарная Последовательность.

**КДП** – Комбинаторика Длинных Последовательностей, развиваемая автором статьи научная дисциплина, достигшая решительного прогресса в описании свойств СБП по сравнению с приводится в учебниках ТВ.

**БГВ** - Бинарная геометрическая вероятность, вид бинарных вероятностей (БГВ можно называть **БПВ** – Бинарной Пространственно - Временной вероятностью, так как геометрические оси целочисленных и временных отрезков тождественны)».

**Эл** - элементарное бинарное событие (эл).

#### **Основная часть**

Первый опыт по изменению структуры и свойств случайной бинарной последовательности (СБП) провёл Р. Мизес. А.Н. Ширяев приводит описание этого опыта в своей лекции [10] (слайд «стр. 44»). Этот опыт Мизеса не достиг возлагавшихся на него надежд, он не смог изменить ни структуру СБП, ни нарушить устойчивость её частот.

В современных учебниках по теории вероятности (ТВ), в которых рассматривается СБП, под устойчивостью частот понимается динамическое численное равенство случайных бинарных значений: «0»; «1». Комбинаторика длинных последовательностей (КДП) достигла значительно больше чем ТВ, так как КДП научилась изменять структуру СБП и нарушать устойчивость частот только за счёт способов угадывания событий и серий событий.

В КДП выведена формула для расчёта численностей серий  ${}^nS$  из  $n$  нулей или единиц: «0»; «1»; «00»; «11»; «000»; ..., в СБП, ф.1.1[1 – 4]:

$${}^nS = \frac{N}{2^{n+1}} \quad \text{Ф. 1.1}$$

Где:  $N$  - число элементарных событий в СБП;  $n$  – длина  ${}^nS$  [1 – 4].

Ширяев пишет [10]: «Мизес не дал четкого формального математического определения понятия случайная последовательность, ограничившись апеллированием к интуитивным идеям: - “нерегулярности их образования”,- “непредсказуемости их будущих значений по прошлым”, - невозможности по таким последовательностям, предъявляемым в казино, построить выигрышные стратегии». И: «В настоящее время известны следующие четыре основных подхода к определению понятия ‘бесконечная случайная последовательность’, основанные на выполнении одного из четырёх требований, интуитивно предъявляемых к тому, что мы называем ‘случайностью’»: «Частотоустойчивость = стохастичность», «Типичность» (принадлежность к множеству эффективной меры единица), «Сложноустроенность = хаотичность», «Непредсказуемость».

У этих ТВ определений нет компактного формульного описания СБП (у КДП оно есть – ф.1.2), по которому можно оценить степень случайности пос-ти, и эти *все ТВ определения СБП не применимы на практике*.

В КДП на основе цуг  ${}^nC_w$  (серий нулей и единиц, пример: «00110011») введено используемое в практической инженерной деятельности компактное, формально математическое определение СБП, ф.1.2 [1 – 6, 11].

КДП определение СБП. **Случайная бинарная пос-ть** – это объединение множеств цуг  ${}^n C_w$ , численности которых считаются по ф.1.2 [1 – 6, 11]; любой достаточно длинный участок СБП организован по ф.1.2:

$${}^n C_w = \frac{(2^n - 1)^2}{2^{n(w+2)+1}} N \quad \text{Ф. 1.2}$$

Где:  $N$  – число элементарных событий в СБП (длина случайной пос-ти);  $n$  - число элементарных событий (эл) образующих составное событие (номер моды) [1 – 4];  $w$  – число составных событий в цуге (число колен цуги, число полувольт) [1 – 6, 11].

Р. Мизес рассматривает теорию вероятностей не как математическую, а как естественно научную дисциплину [9]. Зачастую, характеристики физических объектов зависят от выбора системы координат и способа их измерения. Частотное распределение составных событий в СБП, так же зависит от способа получения информации из СБП (игра Пенни), как и значение физической величины, зависит от способа её измерения. Для демонстрации сказанного в таблице 1 даны мат. ожидания поиска разными способами одинаковых бинарных серий - численности найденных серий зависят от способа их поиска (экспериментальная статистика дана в [1 – 4]).

Таблица 1. Результаты поиска разными способами одинаковых серий

1	2	3	4	5	6	7	8	
2	Длина $L =$	$(n=1)+2$	$(n=2)+2$	$(n=3)+2$	$(n=4)+2$	$(n=5)+2$	$(n=6)+2$	...
3	Искомые серии:	'010'	'0110'	'01110'	'011110'	'0111110'	'01111110'	...
4	${}_L M_1 = \frac{N}{L} \cdot \frac{1}{2^{L=n+2}}$	2500000	312500	125000	52083	22321	9766	...
5	${}^n M_2 = {}^n S X = \frac{N}{2^{n+2}}$	2500000	1250000	625000	312500	156250	78125	...
6	${}^n_z M_3 = {}^n_z S X = \frac{Z \cdot n}{2^{n+2}}$	312500	312500	234375	156250	97656	58594	...
5	${}_L M_4 = \frac{Z}{2^{L=n+2}}$	312500	156250	78125	39062	19531	9766	...
$N = 2 \cdot 10^7$ ; $Z = 2500000$								

Мат. ожидания  ${}_L M_1$  (строка 4) и  ${}^n M_2$  (строка 5) относятся к сериям которые ищут в СБП с числом членов:  $N = 2 \cdot 10^7$ . Мат. ожидания:  ${}_L M_1$  и  ${}^n M_2$  демонстрируют интересный факт, что в одной и той же СБП применяя разные способы поиска можно найти разное количество одной и той же искомой серии (например, найденные численности серии «01111110», столбец 8, различаются в  $78125 / 9766 = 8$  раз).

Способ поиска для  ${}_L M_1$  заключается в разделении  $N$  - СБП на  $\frac{N}{L}$  число отрезков. Тогда любая комбинация из  $L$  бинарных событий равновероятна и встретится в  $\frac{N}{L}$  отрезках  ${}_L M_1 = \frac{N}{L} \cdot \frac{1}{2^{L=n+2}}$  раз. Действительно, комбинация «01111110» встретится в  $N = 2 \cdot 10^7$  СБП:  ${}_{L=6+2} M_1 = \frac{2 \cdot 10^7}{8} \cdot \frac{1}{2^8} = 9766$  раз.

Способ поиска для  ${}^n M_2$  - это поиск одного шаблона по правилам игры Пенни (смотри игру Пенни или [1-4, 7]).

В качестве другого основного критерия, для расчёта частоты нахождения или вероятности выпадения серии, есть не число членов СБП –  $N$ , а число попыток угадывания  $Z$  выпадения серии. Мат. ожидания:  ${}^n_z M_3$ ;  ${}_L M_4$  считаются от  $Z$  - числа попыток поиска нужной серии. Они демонстрируют факт: в одной СБП применяя разные способы поиска, при одном и том же числе попыток поиска  $Z$ , найдутся разные количества одной и той же искомой серии (например, численность серии «01111110» (столбец 8) различаются в  $58594 / 9766 = 6$  раз).

Алгоритм поиска мат. ожидания:  ${}^n_z M_3$  использует геометрическую природу СБП, а именно БГВ (вероятность), о которой написано в [2,7,8]. Формула ф.1.3 описывает геометрическую бинарную вероятность [2,7,8]:

$${}^n_z S = \frac{N}{k} \cdot \frac{n - z + 1}{2^{n+1}} \quad \text{Ф. 1.3}$$

Где:  ${}^n_Z S$  - численности составных событий в СБП выявляемые методом зондового исследования;  $Z$  - ширина исследовательского зонда (в элементарных событиях);  $n$  - число элементарных событий без двух обрамляющих элементарных событий (пример:  ${}^{n=5}_Z S = \langle 0111110 \rangle \rightarrow \langle 11111 \rangle$  - два нуля не учитываются).

Алгоритм поиска мат. ожидания:  ${}_L M_4$  практически тот же самый, что для  ${}_L M_1$ . Отличие алгоритмов поиска  ${}_L M_4$  и  ${}_L M_1$  заключается в том, что для алгоритма  ${}_L M_4$  число членов СБП равно  $N$ , оно определяет число попыток поиска:  $\frac{N}{L}$ , а в алгоритме для  ${}_L M_4$  число попыток поиска  $Z$  не зависит от  $N$ . То есть, между  $Z$  фрагментами из  $L$  событий, в которых ищется серия, находятся произвольные количества случайных событий.

Р. Мизес провёл ряд экспериментов, в которых пробовал различными способами выбирать из СБП её члены, он экспериментировал с группировкой отобранных членов в дочерних пос-тях. Данные эксперименты преследовали целью нахождение способа получения из СБП не случайной бинарной пос-ти. По результатам этих экспериментов Р. Мизес выработал два простых условия, при соблюдении которых, как он считал, из материнской СБП всегда будет получаться дочерняя СБП. Условия Р. Мизеса: значение члена, отбираемого из материнской СБП, должно быть неизвестно; значение члена вставляемого в дочернюю последовательность должно быть неизвестно. Эти два условия исходят из двух постулатов: невозможности расчёта величины конкретного случайного бинарного члена СБП по любому числу её известных членов и по любым законам; невозможно конструировать свойства дочерней пос-ти из случайных бинарных членов, значения которых неизвестны. Давайте сейчас рассмотрим пример работы алгоритма, который соблюдает два условия Р. Мизеса (отбираемое бинарное значение неизвестно и включаемое бинарное значение неизвестно), но получаемая дочерняя пос-ть уже не будет случайной пос-тью (то есть, вероятность предсказания в ней бинарных величин не будет равна 0,5). Этот алгоритм работает по законам Геометрической Бинарной Вероятности (БГВ) [2,7,8], ф.1.3. Напомним, что применение БГВ меняет закон нормального распределения составных событий [1 – 4] в СБП. Пример нормального распределения составных событий  ${}^n_Z S X$  дан в строке 5 таблицы 1, пример БГВ распределения составных событий  ${}^n_Z S X$  дан в строке 6 таблицы 1.

Опишем добавление случайных бинарных событий в дочернюю пос-ть, которые извлекаются из материнской СБП с учётом БГВ закона [2,7,8].

- Переместимся над рядом неизвестных нам Случайных Бинарных Величин (СБВ), на такое количество СБВ, которое гарантирует не пересечение СБВ от предыдущей серии с СБВ сейчас получаемой серией [2,7,8]. Фрагмент материнской пос-ти:  $\dots 01111_Z 1110 \dots$ . Фрагмент дочерней пос-ти:  $\dots ***$ .

- Зондовое событие  $\langle 1_Z \rangle$  [2,7,8] берётся из материнской пос-ти и помещаем его без определения его величины в конец создаваемой дочерней пос-ти.

- Из материнской пос-ти берём слева от зондового события ещё одно элементарное событие [2,7,8] и помещаем его без определения его величины в конец создаваемой дочерней пос-ти, но перед только что внесённым зондовым событием [2,7,8].

- Узнаём величины этих двух случайных событий:  $\langle \dots *** 11_Z \rangle$ . Если они одинаковы, то мы будем продолжать брать из материнской пос-ти всё новые и новые элементарные события которые находятся слева от зондового события, и помещать в дочернюю последовательность таким образом, что бы каждое вносимое в дочернюю пос-ть событие встраивалось с левой стороны от зондового события на тоже самое удаление на котором оно было в материнской пос-ти:  $\langle \dots *** 1111_Z \rangle$ . После позиционного встраивания очередного элементарного события в дочернюю пос-ть мы узнаём его величину. Если величина встроенного события окажется равной величине зондового события (например:  $\langle 1 \rangle = \langle 1_Z \rangle$ ), то всё повторится для следующего события, в левую сторону, от зондового события. Если после очередного встраивания неизвестного по величине события, узнав его величину, обнаружим, что величина встроенного события будет не равна величине зондового события:  $\dots *** 01111_Z$  ( $\langle 0 \rangle \neq \langle 1_Z \rangle$ ), то на этом событие копирование в левую сторону прекращается.

- Начинаем поочерёдно копировать из материнской пос-ти события лежащие справа от зондового события, встраивать их в дочернюю пос-ть, узнавать их величину:  $\langle \dots *** 01111_Z 1 \rangle$ ;  $\langle \dots *** 01111_Z 11 \rangle$ ;  $\langle \dots *** 01111_Z 111 \rangle$ .

- Продолжаем копирование до тех пор, пока величина встроенного события будет не равна величине зондового события:  $\langle \dots *** 01111_Z 1110 \rangle$  ( $\langle 0 \rangle \neq \langle 1_Z \rangle$ ), на этом событии ( $\langle 0 \rangle$ ) копирование в правую сторону прекращается.

- Переходим в новую зондовую позицию  $\langle X_Z \rangle$ .

В результате рассмотренного выше примера работы алгоритма БГВ возникает дочерняя пос-ть распределение  ${}^n_Z S$  составных событий в которой, длин:  $n = 1$  и  $n = 2$  имеют изменённые пропорции по сравнению с ф.1.3. Это позволяет при работе с дочерней пос-тью предсказывать выпадения мод и

элементарных событий с иной вероятностью, нежели в по-стях которых составные события распределяются по законам описываемым ф.1.1 и ф.1.3.

Таблица 2. Сбой работы правил Р. Мизеса при Z (БГВ)- вероятности

			1	2	3	4	5	...
1	$\frac{n}{2}S(F0.5(N)) = \frac{Z \cdot n}{2^{n+1}}$	т	1000009	1000009	750001	500005	312503	...
		э	1000841	997622	751113	500491	312602	...
2	${}^nS(F2) = f(\frac{n}{2}S)$	э	5001878	2997140	751114	500491	312602	...
3	$\frac{{}^nS(F2)}{\sum_n {}^nS(F2)}$ TabSheet17\Button396 (get behind shbl 1 el); Name for F2 is: Btn81_FileOut_1H.dat; $N(F2) = 20000002$	э	"01"→ 0 2031486	"011"→ 0 1387009	"0111"→ 0 375814	"01111"→ 0 250464	"011111"→ 0 156484	...
			"01"→ 1 1722012	"011"→ 1 1001022	"0111"→ 1 625208	"01111"→ 1 374744	"011111"→ 1 218260	...
			"10"→ 0 1723260	"100"→ 0 1000552	"1000"→ 0 625252	"10000"→ 0 375225	"100000"→ 0 219107	...
			"10"→ 1 2030420	"100"→ 1 1387900	"1000"→ 1 375300	"10000"→ 1 250027	"100000"→ 1 156118	...
F0.5(N = 120001100); k = 30; Z = N/k = 4000036								

В таблице 2, в строке 1, показаны экспериментально найденные  $\frac{n}{2}S$  распределения в СБП, в которой ищутся случайные события с использованием её геометрических Z - свойств (другие названия: геометрическая или Z – вероятность), рассчитываются по ф.1.3 [2,7,8]. Из найденных  $\frac{n}{2}S$  событий, по выше описанному алгоритму, с соблюдений правил Р. Мизеса, создаётся дочерняя пос-ть:  ${}^nS(F2) = f(\frac{n}{2}S)$ .

Числа составных событий [1 – 4]:  ${}^nS(F2)$ , найденных в дочерней пос-ти, даны в строке 2 таблицы 2. Поскольку мы смогли найти исключение на которое не распространяется действие закона Мизеса, о сохранении свойств материнской пос-ти в дочерней пос-ти, то распределение строки 2 уже не описывает ф. 1.3, распределение в строке 2 описывается через объединение трёх формул: ф.2.1 (расчёт событий  ${}^{n=1}S(F2)$  первой моды пос-ти), ф.2.2 (расчёт событий  ${}^{n=2}S(F2)$  второй моды пос-ти), ф.2.3 (расчёт событий  ${}^{n>2}S(F2)$  всех остальных мод пос-ти:  $n > 2$ ).

Число составных событий  ${}^{n=1}S(F2)$  при  $n = 1$  в дочернем файле F2, ф.2.1:

$${}^{n=1}S(F2) = \frac{N(F2)}{4} \quad \text{Ф. 2.1}$$

Где:  $N(F2)$  - число элементарных событий в дочернем файле (образованном по вышеописанному алгоритму).

Число составных событий  ${}^{n=2}S(F2)$  при  $n = 2$  в дочернем файле F2, ф.2.2:

$${}^{n=2}S(F2) = \frac{3 \cdot N(F2)}{20} \quad \text{Ф. 2.2}$$

Расчёт численностей составных событий  ${}^nS(F2)$  в дочерней пос-ти F2, для мод больше 2 дан в ф.2.3 с применением скрытых параметров:

$${}^nS(F2) = \frac{N}{k} \cdot \frac{n}{2^{n+1}}; \text{ где } n > 2 \quad \text{Ф. 2.3}$$

Где:  $N, k, n$  – скрытые параметры которые принадлежат исходной, материнской СБП, и которые не имеют прямых физических аналогов в дочерней пос-ти. То есть,  $N, k, n$  – параметры являются скрытыми параметрами для дочерней пос-ти (о применении скрытых параметров для описания генетически связанных бинарных пос-тей смотри в [12]<sup>1</sup>).

<sup>1</sup> Некоторые последовательности для которых нет компактного или логически ясного формульного описания удобнее описывать формулами из генетически связанных с ними пос-тей, если эти формулы есть.

В строке 3 таблицы 1 даны экспериментальные результаты поисков шаблонов в алгоритмически изменённой по правилам Мизеса (смотри выше) дочерней последовательности. В результате в дочерней пос-ти стало возможно предсказывать появление бинарных событий с вероятностью отличной от 0,5. Если в дочерней пос-ти находить какую ни будь стартовую комбинацию (например: «01», смотри строку 3, столбец 1), то в большем числе случаев за ней выпадет «0» (2031486 раза) и в меньшем числе случаев выпадет «1» (1722012 раза)<sup>2</sup>. Именно такого предсказательного эффекта мы добивались ища алгоритм, соответствующий нынешним нормам получения случайных подпос-ей, но полученная подпос-ть не являлась бы случайной. В остальных ячейках строки 3 так же представлены ситуации, когда вероятность выпадения следующего за поисковым шаблоном Shbl нуля «0» не равно вероятности выпадения единицы «1» (под строчками: «"\*..\*" → 0»; «"\*..\*" → 1») указывается количество выпавших за шаблоном «\*..\*» нулей и единиц). Количества стартовых условий в «зеркальных» шаблонных парах одинаково (например: ["011"(1387009) + "011"(1001022)] ≈ "100"(1000552) + "100"(1387900)], но вероятность выпадения у «0» / «1» - разная.

*Объединение разных способов поиска составных событий в СБП.*

Очень интересный эффект даёт одновременное применение способов поиска составных событий в СБП, который, как и игра Пенни, заключается в нарушение общепринятого положения о равной частоте выпадения любых комбинаций (у которых одинаковая длина) при подбрасывании монеты. Например, сейчас очевидным является утверждение, что число фрагментов  $X1: {}^L Fg1 = \langle 011111001 \rangle$  в СБП равно числу фрагментов  $X2: {}^L Fg2 = \langle 100111110 \rangle$  (до величины случайной флуктуации):  $X1_{Fg1} = X2_{Fg2}$ . Для получения эффекта нарушающего числовое равенство выпадения разных по содержанию, но равной длины фрагментов  $Fg$ , последовательно применим два способа обнаружения составных событий (сначала зондовый – ф.1.3, а потом последовательный – ф.1.1), в одной технике поиска. Зондовый поиск отвечает за парадоксальную разность частот, последовательный – выполняет функцию наращивание длин фрагментов найденных зондовым поиском до одной длины. В таблице 3 приведено несколько фрагментов  $Fg$  одинаковой длины. По действующим понятиям ТВ число находимых фрагментов в СБП не зависит от их вида (структуры) и способа поиска (способ поиска любой). Однако, численность фрагментов в таблице 3 различна, это значит, что автор статьи освоил новые способы управления частотами встреч серий, которые отличаются от способов управления частотами в игре Пенни.

*Таблица 3. Частота встреч фрагментов зависит от способа их поиска*

	Фрагментов равной длины	Поисковые параметры	Найдено штук
1	$\langle 0111110 \rangle + \langle 01 \rangle \rightarrow \langle 011111001 \rangle$	$n=5 X1=7; X2=2; L=9$	162760
2	$\langle 011110 \rangle + \langle 001 \rangle \rightarrow \langle 011110001 \rangle$	$n=4 X1=6; X2=3; L=9$	130208
3	$\langle 01110 \rangle + \langle 0001 \rangle \rightarrow \langle 011100001 \rangle$	$n=3 X1=5; X2=4; L=9$	97656
4	$\langle 0110 \rangle + \langle 00001 \rangle \rightarrow \langle 011000001 \rangle$	$n=2 X1=4; X2=5; L=9$	65104
5	$\langle 010 \rangle + \langle 000001 \rangle \rightarrow \langle 010000001 \rangle$	$n=1 X1=3; X2=6; L=9$	32552
$N = 5 \cdot 10^8; k=30$			

*Техника, обеспечивающая разные частоты встреч комбинаций во фрагментах одинаковой длины.*  
Для обнаружения каждого фрагмента  ${}^L Fg$  длины  $L$  (например:  ${}^L Fg = \langle 011111001 \rangle = \langle 0111110 \rangle + \langle 01 \rangle$ ) будем применять поочерёдно две техники обнаружения составных событий:  ${}^{X1}_{z} S = \langle 0111110 \rangle$  (ф.1.3) и  ${}^{X2}_{z} S = \langle 01 \rangle$  (ф.1.1). Совмещение техник обнаружения составных событий состоит в их последовательном применении. С начало применяется зондовая техника поиска (ф.1.3), с помощью неё ищется первая часть фрагмента  ${}^L Fg$  - составное событие длины  $X1$ :  ${}^{X1=5}_{z} S = \langle 0111110 \rangle$  (ф.2.2) [5 - 8]. Сразу после обнаружения  ${}^{X1=5}_{z} S$  применяется последовательная техника (ф.1.1) [1 - 4], с её помощью ищется составное событие длины  $X2$ :  ${}^{X2=1}_{z} S = \langle 01 \rangle$ , которое образует вторую часть фрагмента  ${}^L Fg$ . Запишем образование фрагмента  ${}^L Fg$  пос-ти длиной в  $L$  элементарных событий из двух составных событий  ${}^{X1}_{z} S$  и  ${}^{X2}_{z} S$  обнаруженных двумя способами в ф.3.1:

$${}^{X1}_{z} S + {}^{X2}_{z} S \rightarrow {}^L Fg \quad \Phi. 3.1$$

При зондовом отборе [5 – 8] составных событий  ${}^z S$  из СБП, получаемые  ${}^z S$  события имеют на своих концах обрамляющие элементарные события (элы). Пример зондовых составных событий  ${}^z S$  с обрамляющими элами на концах (подчёркнуты), получаемые зондом единичной ширины  $z = 1$ :  $\langle \underline{101} \rangle$ ;

<sup>2</sup> Разница не может быть объявлена случайной флуктуацией нулей и единиц:  $2031486 - 1722012 = 309474$ .

«010»; «1001»; «0110»; «100..001»; «011..110»; ... . При выявлении распределения длин составных событий  $\frac{n}{2}S$ , ф.1.1, обрамляющие элы отбрасываются за ненадобностью, но при объединении двух техник вместе, ф.2.3, обрамляющие элы должны быть сохранены (как и в случае выше полученной дочерней пос-ти нарушающей закон Мизеса).

Найдём объединённой техникой, ф.3.1, в СБПЗ пос-ти ( $N = 5 \cdot 10^8$  эл):  $L=9Fg1 = \langle 011111001 \rangle$  и  $L=9Fg2 = \langle 100111110 \rangle$ , и сравним между собой найденные их численности, при ширине зонда  $Z=1$  эл и шаге зонда  $k = 30$  эл; внедрений зонда в СБП  $Z = \frac{N}{k} = 16666666$ .

Разделим по ф.3.1 фрагменты  $L=9Fg$  на области, с разными техниками поиска:  $L=9Fg1 \rightarrow X_1^2S + X^2S = \langle 0111110 \rangle + \langle 01 \rangle$  и  $L=9Fg2 \rightarrow X_1^2S + X^2S = \langle 1001 \rangle + \langle 11110 \rangle$ . Напомним, что мы работаем с полярными [1 – 4], составными событиями:  $L=9Fg1 \rightarrow \langle 0111110 \rangle + \langle 01 \rangle$  и  $L=9Fg2 \rightarrow \langle 1001 \rangle + \langle 11110 \rangle$ , мы не будем повторять базовые понятия [1 – 4], а просто приведём формулу для расчёта полярных зондовых составных событий, ф.3.2:

$$\frac{n}{2}SX = \frac{N}{k} \cdot \frac{n - z + 1}{2^{n+2}} \quad \text{Ф. 3.2}$$

Рассчитаем по ф.3.2 численности обнаруживаемых зондом  $X_1^2S$  событий для  $L=9Fg1$ :  $X_1^2SX (\langle 0111110 \rangle) = \frac{N}{k} \cdot \frac{X_1 - z + 1}{2^{X_1 + 2}} = \frac{5 \cdot 10^8}{30} \cdot \frac{5 - 1 + 1}{2^{5 + 2}} = 651042$ . Отметим, что поисковая программа нашла в файле из сноски 3 очень близкое число событий «0111110»: Counter0111110 = 651880.

Рассчитаем для фрагмента  $L=9Fg2$  число встреч зондовых событий:  $X_1^2SX (\langle 1001 \rangle) = \frac{N}{k} \cdot \frac{X_2 - z + 1}{2^{X_2 + 2}} = \frac{5 \cdot 10^8}{30} \cdot \frac{2 - 1 + 1}{2^{2 + 2}} = 2083333$ ; (Counter1001 = 2084863).

Приведём алгоритм работы *поисковой* программы. Подчеркнём, что поисковый алгоритм не пытается предсказывать (угадывать) отбираемые из СБП в подпоследовательность элы, а указывает номера позиций эл в СБП, из которых их нужно брать (с неизвестными для алгоритма величинами), чтоб в СБП обнаружить фрагменты с разной частотой встреч.

*Пример работы алгоритма поиска зондовых составных событий.*

Есть файл, содержащий случайные бинарные события (элы). Зонд дискретно, с шагом  $k$ , перемещается от одной позиции внедрения в СБП к другой. Для большей ясности будем искать:  $X_1^2S = \langle 0111110 \rangle$ .

1) От своей текущей позиции зонд пропускает все элы без их рассмотрения до следующей позиции внедрения (движется вправо, к концу файла).

2) Внедрившись, зонд определяет значение эла, на котором он остановился, если оно равно «0», то это не единичное полярное составное событие [1 – 4] и, возврат в п.1; если значение равно «1», то переход в п.3 (состояние зондового накопителя: «1».).

3) Зонд перемещается влево от позиции своего внедрения на один эл. Если новое значение равно единице («1»), то зонд добавляет его слева от единицы в зондовом накопителе: «11» и повторяется заново пункт 3 с начала. Состояние зондового накопителя наращивается за счёт единиц: «11...1». Пункт 3 повторяется до выпадения нуля «0», после этого переход в п.4.

4) Полученный «0» дописывается слева в зондовый накопитель: «011..1». После этого зонд перемещается на позицию, положение которой соответствует положению за правой единицей: «011..1 Z». Переход в п.5.

5) Если значение зондового события «1», то оно дописывается сразу за правой единицей в зондовом накопителе. П.5 повторяется до выпадения «0». При выпадении «0» ноль так же записывается справа от последней единицы и осуществляется переход в п.6.

6) Содержимое зондового накопителя «0(1..)0» сравнивается с эталонной последовательностью (в нашем случае с «0111110»). Результат сравнения учитывается в сумматорах.

7) Если содержимое зондового накопителя равно «0111110», то осуществляется последовательное считывание ещё двух элементарных событий (эл) справа от зонда – этим самым производится *последовательный* поиск оставшейся части фрагмента (в нашем случае ищется  $X^2S = \langle 01 \rangle$ ). Переход в п.1.

По этому алгоритму в СБП найдено 651880 фрагмента «0111110», и 2084863 фрагмента «1001», их количества хорошо совпадают рассчитанными по ф.3.2 мат. ожиданием  $\frac{n}{2}S$  (при  $N = 5 \cdot 10^8$  и  $k=30$ ).

При последовательном поиске  $X^2S$  фрагменты «01» выпадают с классической вероятностью, которая обратно пропорциональна числу элементарных событий в искомом фрагменте «01»:  $n=2p(\langle 01 \rangle) = \frac{1}{2^n} = 0.25$  - это значит, что рассчитанную по ф.3.2 величину  $X_1^2SX (\langle 0111110 \rangle) = 651042$  надо умножить на

<sup>3</sup> Graph2: Button102; C:\MyPrgs\Graph\Graph1\GENERAL\Large\LB1LB1.dat.

вероятность  $p = \frac{1}{2^{n=2}} = 0,25$  выпадения фрагмента «01»:  $X1=5S \cdot 0,25$ . Для нашего примера: СБП ( $N = 5 \cdot 10^8$ ), число фрагментов  $L=9Fg1(\langle 011111001 \rangle) = \frac{N}{k} \cdot \frac{n-z+1}{2^{n+2}} \cdot \frac{1}{2^n} = \frac{5 \cdot 10^8}{30} \cdot \frac{5-1+1}{2^{5+2}} \cdot \frac{1}{2^2} = 162760$ , эта теоретически рассчитанная величина хорошо совпала с экспериментально полученным значением: Counter011111001 = 163072.

Рассчитаем число встреч  $L=9Fg2 = \langle 100111110 \rangle \rightarrow X1S + X2S = \langle 1001 \rangle + \langle 11110 \rangle$  в СБП пос-ти:  $N = 5 \cdot 10^8$  при их поиске комбинированным методом, ф.3.1. Для этого рассчитаем число цепочек  $X1S = \langle 1001 \rangle$ , которые будут обнаружены зондовым способом. А затем рассчитаем число окончаний  $X2S = \langle 11110 \rangle$ , которые ищутся описанным в учебниках последовательным способом. Но можно использовать учитывающую в себе два эти способа поиска ф.3.3:  $Fg(\langle 100111110 \rangle) = \frac{N}{k} \cdot \frac{nX1-2}{2^L} = \frac{5 \cdot 10^8}{30} \cdot \frac{4-2}{2^9} = 65104$ , что хорошо согласуется с экспериментальной величиной: Counter100111110 = 65465.

$$L=(^nX1+X2)Fg = \frac{N}{k} \cdot \frac{n}{2^{X1}} \cdot \frac{1}{2^{X2}} = \frac{N}{k} \cdot \frac{nX1-2}{2^L} \quad \text{Ф. 3.3}$$

Где:  $nX1$  – длина в элах  $Z$  – фрагмента, число которых рассчитывается по ф.3.2 (в последнем примере - «1001»);

$X2$  – длина в элах второго фрагмента (в последнем примере - «11110»);

$n$  – число эл (длина) зондового составного события, она на два ограничивающих инверсных эла короче пос-ти  $X1S$ , и связана с длиной пос-ти  $X1S$  по формуле:  $n = X1 - 2$ ;

$X2$  - число элементарных событий (длина) второй части искомого  $L Fg$ , эти события набираются их поочерёдным, последовательным просмотром, в порядке их выпадения.

$L$  - полная длина фрагмента,  $L = (n + 2) + X2 = nX1 + X2$

*Цуги геометрической вероятности  ${}^n_z C_w$  как инструмент изменения вероятности выпадения честной монеты.* Да, этот раздел касается «святая – святых» ТВ – освоив его, любой получит возможность в очень небольших допусках управлять вероятностью выпадения «честной монеты». Но, это формально у вселенной, оказывается, есть детерминизм, предопределённость событий (ведь выпадение монеты предсказуемо), на практике не только при ручном подбрасывании монеты, но даже на бирже не хватает зачётных событий, что бы почувствовать эффект от предлагаемой практики по управлению вероятностью выпадением монеты.

Для того чтобы дойти до механизма управления вероятностью, нужно: освоить цуги геометрической вероятности. И, нужно увидеть мир с неожиданной (непривычной) стороны, выражаясь аллегорично: получить «фотографию звёздного неба» с помощью «телескопа цуговых вероятностей» и разобраться с полученным изображением.

Цуги геометрической вероятности. Одинаковые составные события  ${}^n S$  выпадающие друг за другом образуют цуговые цепочки  ${}^n C_w$ , ф.1.2. То же касается и одинаковых геометрических составных событий  ${}^n S$  [2,7,8], ф.1.3. Выпадающие друг за другом  ${}^n S$  то же образуют цуговые цепочки  ${}^n_z C_w$ , ф.4.1:

$${}^n_z C_w = \left( \frac{n}{2^{n+1}} \right)^w \cdot \left( 1 - \frac{n}{2^{n+1}} \right)^2 \cdot \frac{N}{k} \quad \text{Ф.4.1}$$

Цуги составных событий  ${}^n C_w$  это цепочки инверсных составных событий (противоположной полярности) равной длины, примеры:  ${}^{n=1} C_{w=5} = \langle 0+1+0+1+0 \rangle$ ;  ${}^{n=2} C_{w=4} = \langle 11+00+11+00 \rangle$ ;  ${}^{n=3} C_{w=3} = \langle 111+000+111... \rangle$ . Отличие цуг для геометрической вероятности [2,7,8]  ${}^n_z C_w$  от цуг составных событий  ${}^n C_w$  заключается в том, что геометрические составные события равной длины образующие цуговую цепочку  ${}^n_z C_w$  обладают любой полярностью (у них нет полярности), примеры:  ${}^{n=1} C_{w=5} = \langle 1+1+0+0+0 \rangle$ ;  ${}^{n=2} C_{w=4} = \langle 11+11+11+11 \rangle$ ;  ${}^{n=3} C_{w=3} = \langle 111+000+111... \rangle$ .

В таблице 4 даны цуги  ${}^n_z C_w$  геометрических составных событий, ф.4.1, найденных при помощи геометрической вероятности [2, 7, 8].



Таблица 4. Цуги составных событий для геометрической вероятности

w	n=1		n=2		n=3		n=4	
	эксп	теор	эксп	теор	эксп	теор	эксп	теор
1	2342550	2343375	2343760	2343375	2063798	2062734	1595205	1595052
2	586763	585844	585015	585844	387114	386762	198301	199381
3	146616	146461	146083	146461	72887	72518	25037	24923
4	36686	36615	36717	36615	13671	13597	3190	3115
5	9041	9153	9086	9153	2551	2550	387	389
6	2197	2288	2224	2288	481	478	47	49
7	595	572	573	572	95	89	7	6
8	154	143	140	143	18	17	2	1
9	48	36	33	36	2	3		
10	15	8	7	8		1		
11	2	2	1	2				
$C_0[n]$	3124667	3124500	3123639	3124500	2540617	2538750	1822176	1822916
$C_0 - \sum_{w=1}^n C_w$	782117	781125	779879	781125	476819	476016	226971	227864

${}^n_z C_0 = \sum_{w=1}^{\infty} {}^n_z C_w$ ;  ${}^n_z C_{w=1} = C_0 \cdot \left(1 - \frac{n}{2^{n+1}}\right)$ ;  ${}^n_z C_{w+1} = \frac{n \cdot {}^n_z C_w}{2^{n+1}}$   
 $N = 5 \cdot 10^8$  элементарных событий (эл);  $k = 30$  эл (шаг зондирования)  
 Button95; Graph1\Dat\500\_000\_000\1H.dat

В ф.4.2 приведены для справки соотношения между геометрическими цугами и нулевыми цугами [2, 7, 8]:

$$\frac{{}^n_z C_w}{{}^n_z C_{w+1}} = \frac{{}^n_z C_0}{{}^n_z C_0 - {}^n_z C_{w=1}} = \frac{2^{n+1}}{n} = \frac{1}{{}^n_z S} \cdot \frac{N}{k} \quad \text{Ф. 4.2}$$

Нулевые цуги [2, 3, 5, 7, 8] – это множество геометрических цуг, ф.4.3:

$${}^n_z C_0 = \sum_{w=1}^{\infty} {}^n_z C_w \quad \text{Ф. 4.3}$$

В таблице 5 показана как выглядит СБП, если на неё смотреть через «оптику» нулевых цуг БГВ.

Таблица 5. Зондовые события  ${}^n_z S$  БГВ и их цуги  ${}^n_z C_0$

Длина ${}^n_z S$ события	Число событий: ${}^n_z S = \frac{N}{k} \cdot \frac{n-z+1}{2^{n+1}}$		Число цуг: ${}^n_z C_0 = {}^n_z S - \frac{k}{N} \cdot S^2$		% ${}^n_z C_0$
	эксперимент	теория	эксперимент	теория	
<b>n</b>	<b>эксперимент</b>	<b>теория</b>	<b>эксперимент</b>	<b>теория</b>	<b>теория*</b>
1	4167056	4166666	3124667	3124500	<b>23,01</b>
2	4163190	4166666	3123639	3124500	23,01
3	3127839	3124500	2540617	2538750	18,70
4	2081960	2083333	1822176	1822916	13,42
5	1301493	1302083	1200145	1200357	8,84
6	782253	781249	745334	744628	5,48
7	456567	455729	443945	443268	3,26
...	...	...	...	...	...
16	1956	2035	1956	2035	<b>0,015%</b>
...	...	...	...	...	...
28	1	0,869	1	0,869	...
30	1	0,233	1	0,233	...
Сумма	16 666 664	16 666 666	13 580 869	13 580 246	100 %
	$\sum_{n=1}^{\infty} {}^n_z S = \frac{N}{k} = Z$		$\sum_{n=1}^{\infty} {}^n_z C_0 = \frac{22 \cdot N}{27 \cdot k}$		*Нет точки старта

$N = 5 \cdot 10^8$  элементарных событий (эл);  $k = 30$  эл (шаг зондирования)  
 Button95; Graph1\Dat\500\_000\_000\1H.dat

Сумма всех нулевых геометрических цуг пропорциональна  $\frac{22}{27}$ , ф.4.4:

$$\sum_{n=1}^{\infty} {}^n_Z C_0 = \frac{22 \cdot N}{27 \cdot k} = \frac{22}{27} Z \quad \Phi. 4.4$$

В столбце «%  ${}^n_Z C_0$ » таблицы 5 дана процентная раскладка для нулевых цуг  ${}^n_Z C_0$ . Последняя ячейка строки « $n=1$ » содержит число 23.01 %. Это значит, что нулевая цуга  ${}^1_Z C_0$  выпадает в 23% от числа зондирований  $Z$ . То есть, утверждение, что сейчас выпадет  $Z$  – комбинация «010» реализуется в 11,5% зондирований, что сейчас выпадет  $Z$  – комбинация «101» реализуется в то же в 11,5% зондирований. Хотя по ТВ каждая из этих комбинаций («010»; «101») выпадает в  $100 / 2^3 = 12,5\%$  случаев. Расхождение выпадений комбинаций («010»; «101») в цуговом ГБВ пространстве с ТВ невелико, всего 1 % ( $12,5 - 11,5 = 1$ ). Но измерение этого процента происходит просто прямым называнием ожидаемой серии или поочерёдным называнием выпадающих величин выпадающих эл, то есть является ситуацией прямого измерения вероятности. Но, для получения такого распределения процентов, как в столбце «%  ${}^n_Z C_0$ », нужно делать предсказания о выпадении комбинаций («010»; «101») только после редких одинарных цуг (повторное выпадение которой невозможно). Роль таких предсказательных маркеров, после которых нужно делать предсказания о выпадении комбинаций («010»; «101») играют нулевые цуги  ${}^n_Z C_0$  старших мод. Нулевые цуги  ${}^n_Z C_0$  старших мод являются стартовыми событиями для получения распределения, в котором вероятность выпадения монеты управляема. Под нулевыми цугами  ${}^n_Z C_0$  старших мод понимаются такие цуги, для которых выполняется равенство:  ${}^n_Z C_0 = {}^n_Z C_{w=1} = {}^n_Z S$ , то есть которые в СБП проявляются как одиночные составные события  ${}^n_Z S$  (например, строка 16 таблицы 4:  ${}^{n=16}_Z C_0 = {}^{n=16}_Z C_{w=1} = {}^{n=16}_Z S = 1956$ ). Так если в качестве стартового события ждать выпадения цуги  ${}^{n=16}_Z C_0$ , после которого делать предсказание о выпадении комбинаций («010»; «101»:  $Z$  – событие «1», слева и справа нули «0» или  $Z$  – событие «0», слева и справа от него единицы «1»), то процентное распределение нулевых цуг, которое будет образовываться после сделанного предсказания, будет в целом соответствовать распределению в столбце «%  ${}^n_Z C_0$ ». Отличие будет заключаться в том, что в полученной картине будут отсутствовать  ${}^{n=16}_Z C_0$  цуги, а процент, который они ( ${}^{n=16}_Z C_0$  цуги) должны были занимать в полученной картине (0,015 %) будет распределён между всеми обнаруживаемыми цугами. Если выпадет любое другое  ${}^n_Z S$  событие, не равное  ${}^{n=16}_Z S$ , то предсказания не делаются.

Вместо маркера для объявления предсказаний можно брать любое другое безцуговые события:  ${}^n_Z C_0 = {}^n_Z C_{w=1} = {}^n_Z S$ , не обязательно только  ${}^{n=16}_Z S$  события и только при их выпадении делать предсказания.

### Обсуждение

В мою студенческую бытность лектор по философии учил, что если бы было возможно предсказывать результат выпадения монеты, то мир бы был бы предсказуем как часы, и степень детерминизма мира была бы пропорциональна предсказуемости результатам выпадения монеты.

В этой статье четыре темы. Две первые посвящены управлению частот встреч различных комбинаций в СБП, что с точки зрения ТВ такая же ересь, как и падение метеорита с неба для французского средневекового академика, отрицающего возможность существования в небесном эфире тяжёлых камней. Современные отечественные апологеты ТВ прячутся, как средневековые французские академики прятались за рассуждения о небесном эфире, за аналогичные рассуждения о невозможности влиять на серии событий в СБП, отвергая результаты изученного за рубежом парадокса Пенни. Заметим, что полученные в результате изучения игры Пенни формулы, внесены в национальный стандарт США по генерации СБП (а российские первооткрыватели игнорируются в России, несмотря на призывы президента В.В. Путина о необходимости помогать исследователям прорывных научных направлений и внедрять их открытия в практику). О третьем разделе статьи (преобразования Мизеса) отечественные апологеты ТВ ничего сказать не могут, они не знают о существовании этих преобразований.

Последний раздел статьи гораздо серьёзнее, он посвящён не управлению частотам встреч серий, а управлению самой вероятностью, то есть поднимает вопрос о степени детерминизма бытия.

Мои открытия по управлению частотами встреч и управлением вероятностью выпадения честной монеты стали возможны благодаря доступности для меня настольного компьютера, которого были лишены исследователи прошлых веков и Р. Мизес. Дальнейшее исследование тайн случайности требует суперкомпьютера и финансирования, а этого уже я лишён.

### Выводы

На компьютерных экспериментах с длинными случайными последовательностями и при помощи формул показано, что:

- 1) Частота выпадения комбинации зависит от способа её поиска.
- 2) Частота выпадения комбинации зависит от вида искомой комбинации.

- 3) Дано цуговое определение и формула случайной бинарной пос-ти.
- 4) Существует бинарная геометрическая вероятность (БГВ), которая является новым видом бинарных вероятностей.
- 5) На основе геометрической бинарной вероятности дан способ изменения вероятности выпадения честной монеты.
- 6) Дана формула, в которой применены с крытые бинарные параметры для описания реального распределения.
- 7) Введено понятие цуг для бинарной геометрической вероятности (БГВ).
- 8) **БГВ** - Бинарную геометрическую вероятность можно называть **БПВ** – Бинарной Пространственно - Временной вероятностью, так как геометрические оси целочисленных и временных отрезков тождественны.

#### *Список литературы / References*

1. *Филатов О.В., Филатов И.О., Макеева Л.Л. и др.* «Потоковая теория: из сайта в книгу». Москва. «Век информации», 2014. С. 200.
2. *Филатов О.В., Филатов И.О.* «Закономерность в выпадении монет – закон потоковой последовательности». Германия, Издательский Дом: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2015. С. 268.
3. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности». «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 5 (95). С. 226–233.
4. *Филатов О.В.* Статья «Теорема «Об амплитудно-частотной характеристике идеальной бинарной случайной последовательности». «Проблемы современной науки и образования», 2015. № 1 (31). С. 5–11, DOI: 10.20861/2304-2338-2014-31-001.
5. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение)», «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 6 (96). С. 236–245.
6. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение 2)». «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 7 (97). С. 98–108.
7. *Филатов О.В.* Статья «Описание схем управления вероятностью выпадения независимых составных событий». «Проблемы современной науки и образования», 2016. № 2 (44). С. 52 – 60, DOI: 10.20861/2304-2338-2016-44-001.
8. *Филатов О.В.* Статья «Применение геометрической вероятности для изменения вероятности нахождения серий случайных выпадений монеты». «Проблемы современной науки и образования», 2016. № 22 (64). С. 5-14. DOI: 10.20861/2304-2338-2016-64-001.
9. *Мизес Рихард.* «Вероятность и статистика». Москва. «КомКнига», 2007. С. 264.
10. [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.mi-ras.ru/media/590\\_doc.pdf](http://www.mi-ras.ru/media/590_doc.pdf) А.Н. Ширяев, лекция «Вероятность и концепция случайности: к 75-летию выхода в свет монографии А.Н. Колмогорова “Основные понятия теории вероятностей”», 26 ноября 2009 г. 16:00, г. Москва, конференц-зал МИАН (ул. Губкина, 8)/ (дата обращения: 15.01.2019).
11. *Филатов О.В.* Статья «Доказательство теоремы: «Формула для цуг из составных событий, образующих случайную бинарную последовательность», журнал «Проблемы современной науки и образования / Problems of modern science and education», 2017. № 20 (102). С. 6-12, DOI: 10.20861/2304-2338-2017-102-003.
12. *Филатов О.В.* Статья «Использование скрытых параметров случайных последовательностей при предсказании событий, «генетическая» связь со случайной бинарной последовательностью при поиске скрытой информации», журнал «Проблемы современной науки и образования / Problems of modern science and education», 2018. № 5 (125). С. 18–28. DOI: 10.20861/2304-2338-2018-125-004.
13. Интернет никнейм автора: олегвладфилат.