КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ РАСЧЁТ РЕЗУЛЬТАТОВ ПАРАДОКСАЛЬНОЙ ИГРЫ ПЕННИ (УПРАВЛЯЕМАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫПАДЕНИЙ СЕРИЙ МОНЕТЫ) НА СТАВКАХ МИНИМАЛЬНОЙ ДЛИНЫ

Филатов О.В. Email: Filatov1799@scientifictext.ru

Филатов Олег Владимирович - инженер-программист,
ЗАО «Научно технический центр «Модуль», г. Москва

Аннотация: *в парадоксальной игре Пенни управление вероятностью выпадения сторон монеты стало реальностью. В этой статье предлагаются формулы для количественного расчёта числа побед и проигрышей для сделанных в игре Пенни ставок. Количественный расчёт выигрышей и проигрышей ставок рассчитывается в зависимости от числа сделанных бросков монеты. Количества выигрышей и проигрышей ставки выводятся из формул, описывающих структуру случайной бинарной последовательности. Любая случайная бинарная последовательность образуется цугами из составных событий. Формулы для расчёта численностей составных событий и их цуг применимы для расчёта количественных результатов побед ставок в парадоксальной игре Пенни. В конце статьи также даны правила для расчёта процентов побед и проигрышей ставок, эти правила также выведены из формул описания амплитудно-частотных характеристик случайной бинарной последовательности.*

Ключевые слова*: элементарное событие, эл, игра Пенни, парадокс Пенни, техника управления вероятностью.*

QUANTITATIVE CALCULATION OF THE RESULTS OF THE PARADOXICAL GAME PENNY (CONTROLLED PROBABILITY OF LOSS OF SERIES OF COINS) AT RATES OF MINIMUM LENGTH

Filatov O.V.

Filatov Oleg Vladimirovich - Experimental Physics, Software Engineer,
SCIENTIFIC AND TECHNICAL CENTER «МОДУЛЬ», MOSCOW

Abstract: *in Penney's paradoxical game, managing the probability of falling sides of a coin has become a reality. In this article, we propose formulas for quantifying the numbers of wins and losses for the stakes made in the Penny game. The quantitative calculation of winnings and bet losses is calculated according to the number of coin tosses made. The amounts of wins and losses of the rate are derived from formulas describing the structure of a random binary sequence. Any random binary sequence is formed by trains from compound events. Formulas for the calculation of the numbers of composite events and their train are applicable for calculating the quantitative results of wager wins in the paradoxical Penny game. At the end of the article, the rules for calculating the percentages of wins and losing stakes are also given, these rules are also derived from the formulas for describing the amplitude-frequency characteristics of a random binary sequence.*

Keywords: *elementary event, el, game Penny, Penny paradox, binary sequence, probability management technique.*

УДК: «51+53»

Введение.

Наиболее известен вариант парадоксальной игры Пенни, когда игроки придумывают серии (поисковые шаблоны) из трёх элементарных бинарных событий (L = 3 эла), при L = 3, второй игрок выигрывает (при желании) всегда. Законы парадоксальной игры Пенни действуют и на более длинных сериях (L > 3), и на коротких сериях (шаблонах) длиной в два события (L = 2 эла). Отличие игры со ставкой длины два, от широко известной игры со ставкой длины три, заключается в том, что у первого игрока есть дополнительный шанс на выигрыш, если второй игрок не знает секрета сочетаний выигрышных и проигрышных комбинаций в двухбитовой игре Пенни.

Анализ игры Пенни на ставках длиной в два бинарных события менее трудоёмок, так как анализируемых комбинаторных вариантов мало. В этой статье механизмы игры Пенни рассматриваются на шаблонах длиной в два элементарных события (L = 2 эла).

В таблице 1 представлены экспериментально полученные результаты конкуренции пар двухразрядных поисковых шаблонов по правилам игры Пенни. Все возможные комбинации для игрока 1 (И1 первый называет свою комбинацию) представлены в верхней, горизонтальной, строке таблицы 1.

Таблица 1. Не равная вероятность побед для серий L=2 в игре Пенни

Sh2, «И2»↓		Комбинации игрока 1 – «И1», (Sh1)				
		00	01	10	11	
Ставки игрока 2	00		3333183 p=1/2 3333533 p=1/2	5000055 **p=3/4** 1666660 p=1/4	3333047 p=1/2 3333533 p=1/2	«И1» «И2»
	01	3333533 p=1/2 3333183 p=1/2		3333210 p=1/2 3332650 p=1/2	1666648 p=1/4 5000056 **p=3/4**	«И1» «И2»
	10	1666660 p=1/4 5000055 **p=3/4**	3332650 p=1/2 3333210 p=1/2		3333047 p=1/2 3333657 p=1/2	«И1» «И2»
	11	3333533 p=1/2 3333047 p=1/2	5000056 **p=3/4** 1666648 p=1/4	3333657 p=1/2 3333047 p=1/2		«И1» «И2»
Σ(Sh1) + Σ(Sh2) = $N/3$: F 0,5 (N = 2·10^7)						

Игра Пенни с двух битовыми шаблонами (L=2) отличается от игры с трёхбитовыми шаблонами тем, что преимущество имеет игрок, который первым называет свою комбинацию («И1»). Первый игрок («И1») может назвать комбинацию, которая при конкуренции с комбинацией второго игрока («И2»), даёт ему дополнительные шансы на победу.

Для получении дополнительных шансов на победу И1 должен назвать одну из двух комбинаций: «01» либо «10», И1 гарантированно выиграет в достаточно длинной серии таймов, если второй игрок И2 назовёт комбинацию «11» (при «01» у И1) или «00» (при комбинации «10» у И1).

Если игроку И1 нужно проиграть, то он называет комбинацию «00», либо «11». При этих комбинациях игрок И1 гарантированно проигрывает в достаточно длинной серии таймов, если второй игрок назовёт «10» либо, соответственно, «01».

Из таблицы 1 видно, что сумма выигрышей обоих игроков является величиной постоянной, которая стремится к одной трети числу бросков монеты, в среднем, на один выигрыш игроков приходятся три броска монеты.

Ниже приводится количественный расчёт для каждой из пар шаблонов таблицы 1.

Основная часть.

Количественный расчёт побед и поражений для конкурирующих пар шаблонов: («00», «11») и («11», «00») .

Мы начинаем рассмотрение конкурирующих пар, с пары: «00»; «11», потому что для неё просто выводится формула расчёта числа выигрышей от числа бросков монеты. Но для вывода формулы познакомимся с элементами концепции экранирования [1], воздействием шаблонов друг на друга.

Поисковые шаблоны «00», «11» не оказывают друг на друга никакого экранирующего эффекта. Поясним значение слов «не оказывают друг на друга никакого экранирующего эффекта» на примере пары шаблонов оказывающих друг на друга экранирующие влияние: «01» и «11». В этой паре шаблон «01» воздействует на шаблон «11». А именно, единица «1» присутствует в обоих шаблонах: «01» и «11» и, в выпадающей комбинации «<u>01</u>1», присутствуют оба шаблона («01» и «11»), но именно «01» разрушает (по правилам игры Пенни не допускает к реализации) шаблон «11».

В конкурирующей паре «00», «11» образующие элементарные события для каждого из шаблонов разные. Шаблон «00» не может ничего отобрать у шаблона «11», так как в шаблоне «11» нет нулей. И наоборот.

Рассмотрим в таблице 2 случайные бинарные значения. В столбце 1 содержится «0», выпавшее за ним случайное бинарное событие находится в столбце 2 и оно равно «1». Получилась комбинация «01», которая не равна ни одному из конкурирующих шаблонов («00», «11»).

Следующее выпавшее случайное бинарное значение находится в столбце 3. Значения из столбцов 2 и 3 образуют комбинацию «11», которая равна поисковому шаблону «11», поэтому победа приписывается шаблону «11». Это первая победа шаблона «11», о чём соответствует надпись (1 «11») в объединённой ячейке столбцов 2 и 3.

Следующая победа будет уже за шаблоном «00». Это первая победа шаблона «00», о чём соответствует надпись (1 «00») в объединённой ячейке столбцов 5 и 6.

В таблице 2 у шаблона «11» шесть побед, у шаблона «00» четыре победы. Видно, что шаблоны «00» и «11» одерживают победы внутри составных событий [1,2,3] ^{n}S с длиной больше единицы: n ≥ 2. Число побед шаблона внутри составного события ^{n}S является целой частью от деления на два: $(int)\frac{n}{2}$.

Таблица 2. Серии «00»; «11» внутри составных событий ^{n}S

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

0	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**
	1 «11»			**1 «00»**		**2 «11»**		**3 «11»**		**2 «00»**		**3 «00»**			**4 «11»**			**4 «00»**			**5 «11»**			**6 «11»**		

Мат ожидания чисел составных событий ${}^{n}S$, так как они понимаются в работах [1-3], зависят от N бросков монеты по ф.1 (теорема «О амплитудно – частотной характеристике случайной бинарной пос-ти» [6]):

$$ {}^{n}S = \frac{N}{2^{n+1}} \qquad (Ф.\ 1) $$

По ф.1 находят число составных событий ${}^{n}S$, в которых будут найдены искомые шаблоны «00», «11». Умножая число составных событий ${}^{n}S$ на число шаблонов, которые помещены внутри каждого составного события длины n: ${}^{n}S \cdot (int)\frac{n}{2}$ - получим математическое ожидание суммарного числа побед ${}^{n}Vic$ для обоих шаблонов: «00» + «11», ф.2:

$$ {}^{n}Vic = \frac{N}{2^{n+1}} \cdot (int)\frac{n}{2} \qquad (Ф.\ 2) $$

Где: N - число бросков монеты; n - длина составного события ${}^{n}S$.

Формула 2 (как и ф.1) начинает работать в довольно длинных случайных пос-ях, с числом бросков монеты N более тысячи.

Таблица 2 иллюстрирует смены составных событий ${}^{n}S$, а не работу ф.:1, 2. В таблице 2 общее число побед шаблонов «00» + «11» равно десяти: (“4 «00»” + “6 «11»”). Поскольку шаблоны «00» , «11» не влияют друг на друга, то их выпадение равновероятно и мат ожидания: ${}^{n}S(00)$ и ${}^{n}S(11)$ будут одинаковыми, и равны половине ${}^{n}S$, ф.3:

$$ {}^{n}S(00) = {}^{n}S(11) = \frac{{}^{n}S}{2} = \frac{N}{2^{n+2}} \qquad (Ф.\ 3) $$

В составных событиях длины n, число побед шаблона «00»: ${}^{n}Vic(00)$, равно числу побед шаблона «11»: ${}^{n}Vic(11)$, и равно: $\frac{1}{2} \cdot {}^{n}Vic$.

Введём универсальное обозначение полярности: ${}^{n}Vic(X) = {}^{n}Vic(00) = {}^{n}Vic(11)$. Тогда число побед для каждого из рассматриваемых шаблонов будет суммой побед $Vic(X)$ в составных событиях ${}^{n}S$ всех длин n, ф.4:

$$ Vic(X) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=2}^{n\to\infty} {}^{n}Vic = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=2}^{n\to\infty} \left(\frac{N}{2^{n+1}} \cdot (int)\frac{n}{2} \right) \qquad (Ф.\ 4) $$

Оператор (int) нужен только для работы с нечётными n: n = 3; 5; 7; … . Избавимся от (int), введя формальный параметр i=1, 2, 3, …. Параметр i будем использовать в рядах: с чётными $n = 2i$ = 2; 4; 6; … и с нечётными $n = 2i + 1$ = 3; 5; 7; … , ф.5:

$$ Vic = \sum_{n=2}^{n\to\infty} \left({}^{n}S \cdot (int)\frac{n}{2} \right) = \sum_{\substack{i=1;\\ n=2i}}^{i\to\infty} \frac{N \cdot i}{2^{2i+1}} + \sum_{\substack{i=1;\\ n=2i+1}}^{i\to\infty} \frac{N \cdot i}{2^{2i+2}} \qquad (Ф.\ 5) $$

В первом слагаемом $\frac{N \cdot i}{2^{n+1}}$ для получения ряда чётных n, делаем подстановку: $n = 2i$, и слагаемое принимает вид: $\sum_{\substack{i=1;\\ n=2i}}^{i\to\infty} \frac{N \cdot i}{2^{2i+1}}$. Во втором слагаемом замена по n для $\frac{N \cdot i}{2^{n+1}}$ производится в виде: $n = 2i + 1$, слагаемое принимает вид: $\sum_{\substack{i=1;\\ n=2i+1}}^{i\to\infty} \frac{N \cdot i}{2^{2i+2}}$; так как: $2n + 1 = (2i + 1) + 1 = 2^{2i+2}$.

Суммируя по обоим рядам ф.5, получаем, что общее число побед шаблонов «00» + «11» при N бросках монеты равно одной трети от N, ф.6:

$$ Vic = \sum_{\substack{i=1;\\ n=2i}}^{i\to\infty} \frac{N \cdot i}{2^{2i+1}} + \sum_{\substack{i=1;\\ n=2i+1}}^{i\to\infty} \frac{N \cdot i}{2^{2i+2}} = \frac{2}{9} \cdot N + \frac{1}{9} \cdot N = \frac{N}{3} \qquad (Ф.\ 6) $$

Учитывая, что: $Vic = 2 \cdot Vic(X)$, а по ф.6 $Vic = N/3$, получаем ф.7:

$$Vic(X) = Vic(00) = Vic(11) = N/6 \qquad (\text{Ф. } 7)$$

Из таблицы 1видно, что для ячеек: «11»; «00» и «00»; «11» вероятность побед шаблонов «00», «11» одинакова. Мат ожидание для каждого из этих шаблонов: $Vic(00) = Vic(11) = \frac{20000000}{6}$ = 3333333, хорошо совпадает с экспериментальными данными из таблицы 1.

Для расчёта чисел побед и поражений оставшихся пар шаблонов в таблице 1, выведем формулу расчёта математического ожидания числа встреч шаблона «01», искомого по правилам Пенни, в бинарной потоковой пос-ти. В нижней строке таблицы 3 пронумерованы девять ситуаций обнаружения комбинации (шаблона) «01».

Таблица 3. Примеры обнаружения серии «01» в бинарной пос-ти F0,5

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	
0	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	
1				**2**			**3**		**4**		**5**				**6**		**7**		**8**			**9**		Sh(01)	

В таблице 3 показаны четыре ситуации обнаружения серии «01». Две ситуации связаны с составными событиями [1,2,3]: ${}^{n}S$, и две с цугами [1,2,4,5]: ${}^{n}C_w$. Цуги таблицы 3: ${}^{\mathrm{n}=1}C_{(w=5)}$ = «01010» (столбцы 8-12); ${}^{\mathrm{n}=1}C_{(w=4)}$ = «1010» (столбцы 17-20); цуга ${}^{\mathrm{n}=1}C_{(w=1)}$= «0», столбец 23 (цуга ${}^{\mathrm{n}=1}C_{(w=1)}$ - вырождена в составное событие единичной длины: ${}^{n=1}S$).

Математическое ожидание числа цуг длинной бинарной пос-ти находят по ф.8 [1,2,4,5]:

$${}^{n}C_{wN} = \frac{(2^n - 1)^2}{2^{n(w+2)+1}} N \qquad (\text{Ф.}8)$$

<u>*Особенности обнаружения шаблона «01» в составных событиях*</u> ${}^{n}S$.

Составное событие состоит из «1». Если составное событие состоит из «1»: ${}^{n}SX = {}^{n}S1$ (например, столбцы 2,3 таблицы 3), то по определению перед ним присутствует «0» (столбец 1) [1,2,3]. Это значит, что полярные составные события ${}^{n>1}S(1)$ вносят в численность шаблонов «01» вклад равный их количеству в пос-ти [1,2,3], ф.9:

$${}^{n>1}SX = {}^{n>1}S0 = {}^{n>1}S1 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=2}^{n \to \infty} \frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{8} \qquad (\text{Ф.}9)$$

Суммирование начинается с длины два ($n = 2$), так как при единичной длине ($n = 1$) составные события ${}^{n}S$ вырождаются в цуги [1,2,4,5] (число серий «01» в цугах рассчитывается по другой формуле).

Составное событие состоит из «0». Пример составного события из нулей: таблица 3, столбцы 4,5. В рассматриваемой модели число шаблонов «01» связано с полярными составными событиями бинарной пос-ти: ${}^{n}SX = {}^{n}S0 = {}^{n}S1$, ф.9. Что бы дважды не учитывать один и тот же шаблон «01» нужно определиться по каким составным событиям: ${}^{n}S0$ или ${}^{n}S1$ мы ведём расчёт численности шаблона «01». Договоримся вести расчёт через составные события, образованные из единиц «1» (${}^{n}S1$), а составные события, образованные из нулей «0» (${}^{n}S0$) не учитывать в расчётах. Поэтому, в рассматриваемой модели расчёта шаблонов «01», по ф.9, составные события ${}^{n>1}S0$ не учитывают в формулах расчёта числа серий «01».

<u>*Особенности обнаружения шаблона «01» в цугах*</u> ${}^{1}C_w$.

В одной цуге может находиться несколько искомых комбинаций (шаблонов) «01». Оговорим правила распознавания и учёта шаблонов «01». С цугой из таблицы 3: «01010», начинающейся в столбце 8, связаны три шаблона Sh(01), имеющие номера: 3, 4, 5. Идентификация шаблонов Sh(01) с номерами 3 и 4, проста, то шаблон «01» с номером 5, только первым своим «0» принадлежит цуге. В пояснительной таблице 4 даны формальные ряды цуг для расчёта комбинаций»01» . Таблица 4 так же содержит суммирующий составные события ${}^{n}S$ ряд, ф. 9.

Сумма этих рядов, ф.9, однозначно вычисляет мат ожидание числа комбинаций (шаблонов) «01» в случайной бинарной пос-ти из N элементарных событий.

Рассмотрим подраздел таблицы 4 «*Цуга ${}^{1}C_W$ начинается с «1»*. Если цуга ${}^{1}C_w$начинается с «1», (пример, столбец 17 в таблице 3), то по определению [1,2,4,5] перед ней завершилось составное событие ${}^{n}S0$, что соответствует искомой комбинации «01». Учёт комбинаций «01» начинается с первого элементарного события цуги ${}^{1}C_w$.

Число полуволн цуги чётно: $w = 2i$, при i=1,2,3, …, пример, в таблице 3, цуга «1010» начинается в колонке 17.

Число полуволн цуг не чётно: $w = 2i - 1$, при i=1,2,3, …, например: «1», «101».

Рассмотрим подраздел таблицы 4 «*Цуга ^1C_W начинается с «0»*. Пример такой цуги ^1C0_w, столбец 8 таблицы 3. В подразделе раскрывается расчёт численностей цуг с чётным и нечётным числом полуволн w.

Таблица 4. Пояснения к формулам расчета числа встреч шаблона «01»

	Цуга ^1C_W начинается с «1»		Цуга ^1C_W начинается с «0»	
	w не чётное «..0010100..»	w чётное «..00101011..»	w чётное «..11010100..»	w не чётное «..1101011..»
w	$\sum\limits_{\substack{i=1;\\ w=2i-1}}^{i\to\infty} \frac{^1C_w}{2}\cdot i$	$\sum\limits_{\substack{i=1;\\ w=2i}}^{i\to\infty} \frac{^1C_w}{2}\cdot i$	$\sum\limits_{\substack{i=1;\\ w=2i}}^{i\to\infty} \frac{^1C_w}{2}\cdot i$	$\sum\limits_{\substack{i=1;\\ w=2i-1}}^{i\to\infty} \frac{^1C_w}{2}\cdot (i-1)$
1	$^1C_1 \cdot (i{=}1)$			0 (i=1)
2		$^1C_2 \cdot (i{=}1)$	$^1C_2 \cdot (i{=}1)$	
3	$^1C_3 \cdot (i{=}2)$			$^1C_3 \cdot (i{=}2)$
4		$^1C_4 \cdot (i{=}2)$	$^1C_4 \cdot (i{=}2)$	
5	$^1C_5 \cdot (i{=}3)$			$^1C_5 \cdot (i{=}3)$
6		$^1C_6 \cdot (i{=}3)$	$^1C_6 \cdot (i{=}3)$	
7	$^1C_7 \cdot (i{=}4)$			$^1C_7 \cdot (i{=}4)$
8		$^1C_8 \cdot (i{=}4)$	$^1C_8 \cdot (i{=}4)$	
…	…	…	…	…
	$\frac{1}{2}\cdot\frac{i\cdot N}{2^{2i+2}} = \frac{N}{18}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{i\cdot N}{2^{2i+3}} = \frac{N}{36}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{i\cdot N}{2^{2i+3}} = \frac{N}{36}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{(i-1)\cdot N}{2^{2i+2}} = \frac{N}{72}$
Σ(N)	1111111	555556	555556	277778
Составные события длин n = 2, 3, 4, … формула 9	$\frac{1}{2}\cdot\sum\limits_{n=2}^{\infty} {^nS} = \frac{1}{2}\cdot\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{N}{2^{n+1}} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{N}{2}-\frac{N}{2^2}\right) = \frac{N}{8}$			
N =20 000 000; Btn616; Btn618				

Каждая из формул (из таблицы 4) учитывает вклад от своей поисковой ситуации. Получаемая в итоге числовая сумма будет мат ожиданием шаблона «01» при его поиске по пенни подобным правилам (при отсутствии любых конкурирующих шаблонов во время поиска), при N бросках монеты. В результате объединения вместе пяти формул из таблицы 4, получаем ф. 10:

$$Sh(01) = \sum_{\substack{i=1;\\ w=2i-1}}^{i\to\infty}\left(\frac{^1C_w\cdot i}{2} + \frac{^1C_w}{2}\cdot(i-1)\right) + \qquad \text{(Ф. 10)}$$

$$2\cdot\sum_{\substack{i=1;\\ w=2i}}^{i\to\infty}\frac{^1C_w\cdot i}{2} + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{^nS}{2} = \frac{N}{4}$$

Действительно, раскрывая суммы в ф.10, получаем: $\frac{N}{2\cdot 9} + \frac{N}{4\cdot 9} + \frac{N}{4\cdot 9} + \frac{N}{8\cdot 9} + \frac{N}{8} = \frac{4+2+2+1+9}{8\cdot 9}N = \frac{N}{4}$.

Так как шаблоны «01» и «10» симметричны, то их численности равны. И по ф.10 производится расчёт мат ожидания для любого из двух шаблонов: «01», «10».

В таблице 5, в строке «Эксперимент», даны численности экспериментально найденных шаблонов, которые искались в пос-ти случайных бинарных событий по одному (без всяких других конкурирующих шаблонов). В строках «Теория» даны числа рассчитанных по формулам мат ожиданий по отдельности для каждого из шаблонов.

Таблица 5. Поиск одного шаблона в F0,5(N = 2·10^7)

Шаблоны →	00	01	10	11
«Эксперимент»	3333533	5000056	5000055	3333047
«Теория»	3333333	5000000	5000000	3333333
	$N/6$ (ф. 7)	$N/4$ (ф. 10)	$N/4$ (ф. 10)	$N/6$ (ф. 7)

Опираясь на полученные формулы ф.7 и ф.10 перейдём к выводу формул расчёта побед для других пар конкурирующих шаблонов в таблице 1.

Количественный расчёт побед в парах: «00», «01», («11», «10»).

Для конкурирующей пары «00», «01» возможна одна экранирующая комбинация: «0$\underline{0}$1», в которой шаблон «00» и шаблон «01» имеют общий («валентный») ноль «$\underline{0}$», и этот «$\underline{0}$», шаблон «00» отбирает у шаблона «01». Результат расщепления комбинации «001»: «0$\underline{0}$1» → «0$\underline{0}$» + «1».

Рассмотрим составные события и цуги (случайной бинарной пос-ти) в которых существует цепочка расщепления: «001» → «00» + «1».

Ситуация окончания образованного из n нулей «0» ($n \geq 2$) составного события ${}^{n>1}S0 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=2}^{n\to\infty} \frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{8}$. Учитывая, что после окончания каждого $S0$ (за каждым $S0$) находится «1», получаем, что число комбинаций «…001» в случайной бинарной пос-ти равно $N/8$.

Из таблицы 2, столбцы 11-15, видно, что комбинации «01» не уничтожаются поисковыми шаблонами «00» в составных событиях из нечётного числа нулей. При движении поискового шаблона «00» по составному событию из пяти нулей (столбцы 11-15), он не уничтожает «валентный» ноль в столбце 15 («0000$\underline{0}$1»). И это ноль «0» по правилам игры Пенни войдёт в число побед поискового шаблона «01». Поэтому, находя количество всех чётных составных событий ${}^{n>1}S0$, и вычитая его из общего числа шаблонов Sh(01) бинарной пос-ти ($N/4$) – ф.10, получим число побед Sh(01) при конкуренции с шаблоном Sh(00), ф.11:

$$\mathrm{Sh}(01) = \frac{N}{4} - \frac{1}{2} \cdot \sum_{\substack{i=1;\\ n=2\cdot i}}^{i\to\infty} \frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{6} = \frac{N}{6} \qquad (\text{Ф. } 11)$$

При N=2·10^7 число побед шаблона $\mathrm{Sh}(01)$ в конкуренции с шаблоном $\mathrm{Sh}(00)$, по ф.11 будет: $\mathrm{Sh}(01)$ = 3333333, что хорошо совпадает с экспериментально полученным значением в таблице 1.

Так как шаблоны «01» при использовании поисковых правил Пенни не могут влиять на шаблоны «00», то число шаблонов «00», в бинарной пос-ти, рассчитывается по ф.7: $\mathrm{Sh}(00) = N/6$. Получаем: $\mathrm{Sh}(00) = \mathrm{Sh}(01)$, что подтверждается экспериментальными значениями из таблицы 1.

Пары шаблонов («00»; «01») и («11»; «10») являются идентичными относительно внутренней инверсии шаблонов [8]. Относительно внутренней инверсии структура шаблонов «01» и «10» следующая: «е $\bar{e}$» - где «е» некоторое элементарное событие (эл), а «$\bar{e}$» - инверсный ему эл.

Относительно внутренней инверсии структура шаблонов «00» и «11» следующая: «ее» - где «е» некоторое элементарное событие (эл).

Исходя из свойств симметрии в спектрах, следует, что все рассуждения по выводу формул для пары («00»; «01») справедливы для пары («11»; «10»). Поэтому, для пары конкурирующих по правилам игры Пенни шаблонов: «11»; «10», справедлива ф. 12, по которой рассчитываются математические ожидания чисел выигрышей этих шаблонов:

$$\mathrm{Sh}(11) = \mathrm{Sh}(10) = N/6 \qquad (\text{Ф. } 12)$$

Количественный расчёт побед для пар: «00», «10», («11», «01»).

Конкурирующие шаблоны «00», «10» не равноценны, в комбинации: «1$\underline{0}$0» → «1$\underline{0}$» + «0» шаблон «10» отбирает валентный «$\underline{0}$» у шаблона «00», таблица 3 столбцы 3-5. Шаблоны «10» в игре Пенни уменьшают число шаблонов «00». А шаблоны «00» не изменяют численность шаблонов «10». Численность Sh(10) равна численности, которая существует при его («10») одиночном (без конкурентном) поиске, таблица 5. Математическое ожидание шаблонов «10» (в игре против шаблона «00»), рассчитывается по ф.10.

Действительно, при числе элементарных событий случайной бинарной пос-ти N=2·10^7, мат-ое ожидание численности «10» в игре Пенни, против шаблона «00», по ф.10, равно $S\mathrm{h}(10) = N/4$ = 5·10^6, что хорошо совпадает с экспериментально полученным числом шаблонов в таблице 1.

Расчёт сокращения числа шаблонов «00» под воздействием шаблонов «10».

Из таблицы 2 (столбцы: 5–6, 11–15) видно, что шаблон «00» является составной частью (фрагментами) составных событий ${}^{n}S0$, где $n > 1$.

Шаблон «10» сократит число вхождений шаблона «00» в чётные составные события. Пример: «100» → «10» + «0»; «10000» → «10» + «000»; «1000000» → «10» + «00000»; …

В то же время шаблон «10» не изменит число вхождений шаблона «00» в не чётные составные события. Пример: «1000» → «10» + «00» - как было одно вхождение шаблона «00» в ряд «000», так оно и осталось - «00».

При одиночном поиске (без любых конкурирующих шаблонов), мат. ожидание шаблонов «00» в случайной бинарной пос-ти рассчитывается по ф.7: $Vic(00) = N/6$, таблица 5. После взаимодействия чётных составных событий ${}^{n>1}S0$ с шаблоном «10» из побед $Vic(00) = N/6$ надо вычисть число взаимодействий. Число взаимодействий чётных составных событий ${}^{n=2i}S0$ с шаблоном «10» равно: $\sum_{\substack{i=1;\\ n=2i}}^{i\to\infty}({}^{n}S0) = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1;\\ n=2i}}^{i\to\infty}({}^{n}S) = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1;\\ n=2i}}^{i\to\infty}\frac{N}{2^{2i+1}} = \frac{N}{12}$, множитель $1/2$ необходим, так как: ${}^{n}S0 + {}^{n}S1 = {}^{n}S$ и ${}^{n}S0 = {}^{n}S/2$. Число побед шаблона «00» при конкуренции с «10» рассчитывается по ф.13:

$$\mathrm{Sh}(00) = \frac{N}{6} - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1;\\ n=2i}}^{i\to\infty}\frac{N}{2^{2i+1}} = \frac{N}{6} - \frac{N}{12} = \frac{N}{12} \qquad (\text{Ф. } 13)$$

Действительно, при числе элементарных событий случайной бинарной пос-ти N=2·10^7, мат-ое ожидание численности шаблонов «00», в игре Пенни против шаблона «10», равно: $\mathrm{Sh}(00) = N/12 = 1666666$, что хорошо совпадает с экспериментально полученной численностью в таблице 1.

Конкурирующая пара «11», «01» по инверсионной симметрии идентична только что рассмотренной паре «00»; «10», поэтому её количественные показатели то же рассчитываются по ф.10 и ф.13.

Количественный расчёт побед для конкурирующей пары: «01», «10».

Рассчитаем числа побед в последней оставшейся паре шаблонов из таблицы 1. Победы зависят от: числа краевых комбинаций соприкасающихся составных событий (ф.1); от числа цуг единичной моды (ф.8).

*Количественный расчёт побед шаблона «10».*Шаблоны «01» и «10» обладают внутренней инверсией, которая является признаком завершения составных событий всех длин (ф.1): ${}^{n}S$, где n= 1,2.3, … . При $n > 1$ взаимодействие шаблонов «01» и «10» не происходит, пример: «110001 10 01111» (они не дотягиваются друг до друга, не перехлёстываются друг с другом).

Каждый переход от одного составного события к другому образует один из шаблонов: «01»,«10». Пример: «000011110001110 01 10 01111» = «000 + Sh01$_1$ + 11 + Sh10$_2$ + 0 + Sh01$_3$ + 1 + Sh10$_4$ + Sh01$_5$ + Sh10$_6$ + Sh01$_7$ + 111». Разложив на серии и поисковые шаблоны (Sh01; Sh10) бинарную пос-ть замечаем, что одно составное событие можно связывать и учитывать с одним шаблоном: S[000 + Sh01$_1$] + S[11 + Sh10$_2$] + S[0 + Sh01$_3$] + S[1 + Sh10$_4$] + S[Sh01$_5$] + S[Sh10$_6$] + S[Sh01$_7$] … . Так как число составных событий ${}^{n>1}S$ всех длин n =2,3,4, …, есть сумма: $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{4}$, то число шаблонов, которые образуются этими составными событиями, то же равно $N/4$.

Так как число составных событий образованных из нулей («0») равно числу составных событий из единиц («1»): ${}^{n>1}S0 = {}^{n>1}S1$, то числа побед шаблонов будет равно друг другу: $Vic(01) = Vic(10)$, и в два раза меньше числа составных событий, ф.14.1:

$$Vic(01)_1 = Vic(10)_1 = \sum_{n=2}^{\infty}({}^{n>1}S/2) = \frac{1}{2}\cdot\sum_{n=2}^{\infty}\frac{N}{2^{n+1}} = \frac{N}{8} \qquad (\text{Ф. } 14.1)$$

По ф.14.1 считается число побед, конкурирующих по правилам игры Пенни шаблонов «01» и «10», которые происходят на границах составных событий. Теперь перейдём к расчёту побед конкурирующих шаблонов: «01»; «10», которые происходят внутри цуг (при n = 1), примеры: «..110101», «..001010». Как видно из примера, полярность - X, перед цугой составного события ${}^{n>1}SX$, определяет, какой из шаблонов (подчёркнуты в примере) «захватит» цугу ${}^{1}C_w$. В примере «...110101», окончание составного события ${}^{n>1}S1$ из единиц «..11» всегда образует поисковый шаблон «10». В примере: «..001010», окончание составного события ${}^{n>1}S0$ из нулей «..00» всегда образует поисковый шаблон «01». Так же нужно учитывать выход из зоны цуг «..010100» и «..10101011..».

Пояснения расчёта числа встреч шаблона «10» собраны в таблицу 6. Необходимые для расчёта действия будут, во многом, аналогичны действиям из раздела «Особенности обнаружения шаблона «01» в цугах ${}^{1}\mathrm{C}_{\mathrm{w}}$.» (таблица 4), в частности используется абстрактное целое число i=1,2,3, … , через которое рассчитывают w в ф.8.

Для примера разберём строку «w=5; i =3: «11**01010**11» из таблицы 6. Эта строка принадлежит ряду ф.14.2, в котором рассчитывается суммарное число побед $Vic(10)_2$ шаблона «10», в цугах с нечётным количеством полуволн: $w = 2i - 1$, где: i=1,2,3, … - абстрактное число. Строка «$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+«11»» даёт раскладку фрагмента «11**<u>01010</u>**11» на количество победных ситуаций для шаблона «10».

Обозначение «$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**» отражает, что составному событию $^{n>1}$S из n единиц «1» принадлежит единица из первой победной комбинации «10». Количество победивших шаблонов есть множество $\{\mathrm{Sh}(10)\}$, число членов которого зависит от числа полуволн в цуге $^{1}C_w$. Для рассматриваемого примера: «11**<u>01010</u>**11», w = 5, поэтому: {Sh(10)} = (w-1)/2 = (5-1)/2 = 2. Таким образом, ф.4.2 учитывает только число целых победных комбинаций «10» в цуге: w-1)/2 = «**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**» . Победные комбинации образованные из окончаний составных событий и начал цуг: «$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**»» учитываются формулой ф.12.

Таблица 6. Пояснения к расчёту поискового шаблона «10»

${}^{1}_{0}C_w$ – Цуга начинается с «0», «..11<u>010</u>11..», но обнаруживаются поисковые шаблоны, начинающиеся с «1»: «10»+… . Подчёркнутые события относятся к текущей цуге ${}^{1}_{0}C_w$.	
w – не чётное (1, 3, 5, …)	
w=1; i =1: «11**<u>0</u>**11»	$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**» + «11»
w=3; i =2: «11**<u>010</u>**11»	$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**»+«**<u>10</u>**»+«11»
w=5; i =3: «11**<u>01010</u>**11»	$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+«11»
w=7; i =4: «11**<u>0101010</u>**11»	$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+ «**<u>10</u>**»+« «11»
w=9; i =5: «11**<u>010101010</u>**11»	$^{n>1}$S(«1» + «1) **<u>0</u>**»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+ «**<u>10</u>**»+ «**<u>10</u>**»+«11»
$w = 2i - 1$ $2 \cdot \mathrm{Sh}(10) + 1 = \mathrm{w}$	$\{\mathrm{Sh}(10)\} = f(\mathrm{w}) = \dfrac{\mathrm{w} - 1}{2} = i - 1$
$Vic(10)_2 = \sum\limits_{\substack{i=1;\\ w=2i-1}}^{i\to\infty} \dfrac{^{1}C_w}{2} \cdot (i-1) = \dfrac{N}{72}$ (Ф. 14.2)	
w – чётное (2, 4, 6, …)	
w=2: «11**<u>0</u>**<u>1</u>00»	i =1: «1» + S«10» + «**<u>10</u>**» + «0»
w=4: «11**<u>010</u>**<u>1</u>00»	i =2: «1»+ S«10»+«**<u>10</u>**»+ «**<u>10</u>**» + «0»
w=6: «11**<u>01010</u>**<u>1</u>00»	i =3: «1»+ S«10»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**» + «0»
w=8: «11**<u>0101010</u>**<u>1</u>00»	i =4: «1»+ S«10»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+ «**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+«0»
w=10: «11**<u>010101010</u>**<u>1</u>00»	i =5: «1»+ S«10»+**<u>10</u>**+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+«**<u>10</u>**»+«0»
$w = 2i$	$\mathrm{Sh}(10) = i$
$Vic(10)_3 = \sum\limits_{\substack{i=1;\\ w=2i}}^{i\to\infty} \dfrac{^{1}C_w}{2} \cdot i = \dfrac{N}{36}$ (Ф. 14.3)	

Во второй части таблицы 6 поясняется получение сумм ряда, ф.14.3, с чётным числом полуволн в цугах: $w = 2i$.

Таким образом, число побед шаблона «10» (при конкуренции с шаблоном «01») будет рассчитываться как сумма трёх формул: ф.14.1, ф.14.2, ф.14.3: $Vic(10) = Vic(10)_1 + Vic(10)_2 + Vic(10)_2$, по формуле ф.14.4:

$$Vic(10) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \frac{N}{2^{n+1}} + \sum_{\substack{i=1;\\ w=2i-1}}^{i\to\infty} \frac{^{1}C_w}{2} \cdot (i-1) + \sum_{\substack{i=1;\\ w=2i}}^{i\to\infty} \frac{^{1}C_w}{2} \cdot i = N/8 + N/72 + N/36 = N/6 \qquad (\text{Ф. } 14.4)$$

Пример. В случайной бинарной пос-ти N=2·10^7 рассчитаем по ф.14.4 мат ожидание побед шаблона «10»: $Vic(10)$ = 2·10^7/ 6 = 3333333 – полученный результат хорошо совпал с экспер-ми данными таблицы 1.

*Количественный расчёт побед шаблона «01».*Для расчёта числа побед шаблона «01» (при его конкуренции с шаблоном «10») воспользуемся фундаментальной симметрией – равенством друг другу количеств нулей «0» и единиц «1». Замечаем, что заменив в примерах для шаблона «10» единицы на нули 1→ 0, а нули на единицы 0 →1, мы получаем ситуации для расчёта числа побед шаблона «01»: «11**<u>01010</u>**11» → «00**<u>10101</u>**00». Значит, верно, что все рассуждения для нахождения числа побед шаблонов «10» применимы для нахождения числа побед шаблонов «01»: $Vic(01) = Vic(10)$. Следовательно, число побед шаблонов «01» рассчитываются по ф.14.4.

Обсуждение.

Из формул распределений составных событий ф.1[1,2,3,6] и цуг ф.8 [1,2,4,5], были получены формулы расчёта числа побед (поражений) в парах шаблонов длины 2, конкурирующих по правилам игры Пенни. Соберём в таблице 7 все эти формулы.

Таблица 7. Таблица выведенных формул для серий L=2 в игре Пенни»

Sh2, «И2»↓		Комбинации игрока 1 – «И1», (Sh1)				
		00	01	10	11	
Ставки игрока 2	00	$N/6$ (ф. 7)	$N/6$ (ф. 7) $N/6$ (Ф.11)	$N/4$ (ф.10) $N/12$ (ф.13)	$N/6$ (ф. 7) $N/6$ (ф. 7)	«И1» «И2»
	01	$N/6$ (ф. 7) $N/6$ (Ф.11)	$N/4$ (ф.10)	$N/6$ (Ф.14.4) $N/6$ (Ф.14.4)	$N/12$ (ф.13) $N/4$ (ф.10)	«И1» «И2»
	10	$N/12$ (ф.13) $N/4$ (ф.10)	$N/6$ (Ф.14.4) $N/6$ (Ф.14.4)	$N/4$ (ф.10)	$N/6$ (ф. 7) $N/6$ (Ф.11)	«И1» «И2»
	11	$N/6$ (ф. 7) $N/6$ (ф. 7)	$N/4$ (ф.10) $N/12$ (ф.13)	$N/6$ (ф. 7) $N/6$ (Ф.11)	$N/6$ (ф. 7)	«И1» «И2»
Sh1 + Sh2 = $N/3$: F 0,5 (N = 2·10^7)						

Будем обозначать в шаблонах: «01», «10» первое элементарное событие символом $\boldsymbol{e}$, инверсное ему второе событие, как е с чертой наверху $\boldsymbol{\overline{e}}$**:** $e\overline{e}$. Шаблоны без инверсией внутри: «00», «11» будем обозначать ee.

Из таблицы 7 видно, что при без конкурентном поиске число шаблонов структуры ee стремится к $N/6$, ф.15.1:

$$\mathrm{M}(ee) = N/6 \qquad \text{(Ф. 15.1)}$$

Из таблицы 7 видно, что при без конкурентном поиске число шаблонов $e\overline{e}$ стремится к $N/4$, ф.15.2:

$$\mathrm{M}(e\overline{e}) = N/4 \qquad \text{(Ф. 15.2)}$$

Попытаемся дать объяснение формул из таблицы 7 при помощи идеи валентности. Под валентностью понимается отбор по правилам игры Пенни более «сильным» шаблоном у более «слабого» элементарного события - е.

Пример. Шаблоны: «10», «01» конкурируют за элементарное событие «**0**» в серии «11**0**11». Подчёркнутый ноль «11**0**11» относится к любому из этих шаблонов. Но, по правилам игры Пенни, он будет задействован для образования более «сильного» шаблона «10», а шаблон «01» не «родиться».

Из таблицы 1 видно, что для любой конкурирующей пары шаблонов суммарное количество побед постоянно: $\mathrm{Sh1} + \mathrm{Sh2} = N/3$. Объединяя это наблюдение с формулой ф.15.1 получаем ф.15.3:

$$\begin{cases} \mathrm{A}(ee) = \mathrm{M}(ee) = N/6 \\ \mathrm{M}(ee) + \mathrm{D}(e\overline{e}) = N/3 \end{cases} \qquad \text{(Ф. 15.3)}$$

Где: $\mathrm{A}(ee)$ – обозначает, что акцептором является структура ee; так как структура ee более сильная, то она полностью сохраняет всю свою численность $\mathrm{M}(ee)$ - ф.15.1, которую рассчитывают по ф.7; $\mathrm{D}(e\overline{e})$ - численность шаблонов – доноров со структурой $e\overline{e}$.

Из ф.15.3 численность шаблонов – доноров со структурой $e\overline{e}$: $\mathrm{D}(e\overline{e}) = N/3 - \mathrm{M}(ee) = N/6$. Пример. Дана конкурирующая пара: (Sh1= «00» ; Sh2 = «01»). Шаблон «01» (донор - отдаёт валентный эл), его численность зависит от «00» (акцептор $\mathrm{A}(ee)$ - забирает валентный эл), так как серия «0<u>0</u>1» распадается следующим образом: «0<u>0</u>1» → «0<u>0</u>» + «1». Так как Sh1(00) – не зависим, то его численность равна численности при его без конкурентном поиске, ф.15.1: $\mathrm{Sh1}(ee) = N/6$; $\mathrm{Sh2}(01) = N/3 - N/6 = N/6$.

Если акцептором (забирающей) является структура $e\overline{e}$, то ф.15.4:

$$\begin{cases} \mathrm{A}(e\overline{e}) = \mathrm{M}(e\overline{e}) = N/4 \\ \mathrm{M}(e\overline{e}) + \mathrm{D}(ee) = N/3 \end{cases} \qquad \text{(Ф. 15.4)}$$

Где: $\mathrm{A}(e\overline{e})$ – обозначает, что акцептором является структура $e\overline{e}$; так как структура $e\overline{e}$ более сильная, то она полностью сохраняет всю свою численность $\mathrm{M}(e\overline{e})$ - ф.15.2, которую рассчитывают по ф.10 для без конкурентного поиска; $\mathrm{D}(ee)$ - численность шаблонов – доноров со структурой ee.

Из ф.15.4 численность шаблонов – доноров со структурой ee: $\mathrm{D}(ee) = N/3 - \mathrm{M}(e\overline{e}) = N/12$. Пример. В конкурирующей паре («10»; «00») шаблон «00» донор - отдаёт валентный эл, его численность зависит от «10». Шаблон «10» акцептор - забирает валентный эл, так как серия «100» распадается следующим образом: «100» → «10» + «0». Так как Sh(10) – не зависим, и имеет внутри себя инверсию, то по ф.15.4: $\mathrm{Sh}(e\overline{e}) = N/4$. $\mathrm{Sh2} + \mathrm{Sh1} = \mathrm{Sh}(00) + N/4 = N/3$; Sh(00) $= N/3 - N/4 = N/12$. При $N = 2 \cdot 10^7$ значение Sh(00) = 1666666. Вероятность победы p(Sh(00))= Sh(00) / (Sh(00)+ Sh(10)) $= N/12 : (N/12 + N/4) = N/12 : 4N/12 = 1/4$.

В конкурирующей паре со структурой шаблонов ee: «00», «11» - нет ни донора, ни акцептора, ф.7. Поэтому для обоих её шаблонов справедлива ситуация, ф.15.1. Шаблоны: «00»; «11» не зависят друг от друга, поэтому: Sh(00)= Sh(11) $= N/6$. Вероятность победы: p(Sh1) = Sh1/ (Sh1+ Sh2) =1/2.

В конкурирующей паре с внутренней структурой $e\overline{e}$: «01»; «10» каждый шаблон зависит от другого, так как серии «010», «101» распадаются следующим образом: «010» → «01» + «0» (шаблон «01» забирает валентный эл у шаблона «10»); «101» → «10» + «1» (шаблон «10» забирает валентный эл у шаблона «01»). Из-за того что оба конкурирующих шаблона являются донорами, справедлива формула ф.15.5:

$$\mathrm{D}(e\overline{e}) + \mathrm{D}(e\overline{e}) = N/3 \qquad (\text{Ф. } 15.5)$$

Из ф.15.5 следует, численность каждого шаблона: $\mathrm{Sh1} + \mathrm{Sh2} = 2 \cdot \mathrm{Sh1} = 2 \cdot \mathrm{Sh2} = N/3$. Отсюда: $\mathrm{D}(e\overline{e}) = N/6$, ф.14.4.

Из выше сказанного следует, что число побед у акцепторного шаблона равно числу встреч этого же шаблона в пос-ти, при его без конкурентном поиске: $\mathrm{A} = \mathrm{M}$. Если этот шаблон становится донором, то его число побед в качестве донора будет меньше, чем число его встреч при его без конкурентном поиске: $\mathrm{M} > \mathrm{D}$.

Интересно заметить, что численности побед $Vic(S\mathrm{h_X})$ конкурирующих пар шаблонов таблицы 7 получаются из вероятностей таблицы 1 путём умножения каждой вероятности из таблицы 1 на сумму шаблонов пары, ф.16:

$$Vic(S\mathrm{h_X}) = p_\mathrm{X}(S\mathrm{h}1 + S\mathrm{h}2) = p_\mathrm{X} \cdot N/3 \qquad (\text{Ф. } 16)$$

Где: X – номер шаблона в паре (1; 2); p_X – вероятность победы шаблона $S\mathrm{h_X}$.

Сумма всех частот равна четырём. Введём по аналогии с частотами мизеса [8], частоты пенни $f(S\mathrm{h_X})$, разделив в ф.16 число побед каждого шаблона $Vic(S\mathrm{h_X})$ на число элементарных событий (эл) пос-ти – N, ф.17:

$$f(S\mathrm{h_X}) = Vic(S\mathrm{h_X})/N = p_\mathrm{X}/3 \qquad (\text{Ф. } 17)$$

Где: p_X - вероятность победы для каждого шаблона из таблицы 1. Всего в таблице 1 находятся: 16 вероятностей p=1/2; 4 вероятности p=1/4; 4 вероятности p=3/4. После деления значений соответствующих вероятностей на три, ф.17, с последующим суммированием получившихся частот пенни Σf_X, получаем, что сумма частот равна четырём, ф.18:

$$\Sigma p\mathrm{X}/3 = \Sigma f(S\mathrm{hX}) = 166+412+44=4 \qquad (\text{Ф. } 18)$$

Объединим выше приведённые формулы в систему ф.19:

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 1; \\ \Sigma f(S\mathrm{h_X}) = 4 \\ Vic(S\mathrm{h_X}) = p_\mathrm{X} \cdot N/3; \\ \mathrm{Sh1} + \mathrm{Sh2} = N/3; \end{cases} \qquad (\text{Ф. } 19)$$

В статье была рассмотрена парадоксальная игра Пенни на шаблонах длиной два эла. При некотором изменений правил игры Пенни, а именно, два потока конкурируют между собой на шаблонах в два эла, появляется возможность не только управлять вероятностями обнаружения серий, но и угадывать, с вероятностью не равной 0.5, какой стороной выпала монета [7].

Выводы.

Эффект экранирования одним конкурирующим шаблоном другого шаблона, заключающийся в одновременном обладании шаблонами валентных элементарных событий (события принадлежит сразу двум конкурирующим ставкам - шаблонам). Этот эффект экранирования полностью описывает процесс известный как парадоксальная игра Пенни.

В игре Пенни со ставками длиной в два элементарных события преимущество имеет игрок, который первый называет свою ставку (поисковый шаблон, серию).

Математическое ожидание выигрышей каждой ставки и вероятности её выигрыша (проигрыша) связано с числом бросков монеты, эти параметры выведены из двух формул. Первая формула описывает распределение составных событий в зависимости от их длин в случайной бинарной последовательности. Вторая формула определяет численность цуг, которые образуют составные события в последовательности.

Сумма выигрышей обоих шаблонов является величиной постоянной, которая стремится к одной трети числу бросков монеты. Поэтому, в среднем, на один выигрыш приходится три броска монеты.

Введено разделение конкурирующих шаблонов по признаку внутренней инверсии.

Введено понятие частоты пенни, которое родственно вероятности выигрыша шаблона.

Дано акцепторно–донорное объяснение игры Пенни для шаблонов длиной L=2.

Число побед у акцепторного шаблона равно числу его встреч в пос-ти, при его безконкурентном поиске: $\mathrm{A} = \mathrm{M}$. Если этот шаблон становится донором, то его число побед в качестве донора будет меньше, чем число его встреч при его безконкурентном поиске: $\mathrm{D} < \mathrm{M}$.

Список литературы / References

1. *Филатов О.В., Филатов И.О., Макеева Л.Л. и др.* «Потоковая теория: из сайта в книгу». Москва. «Век информации», 2014. С. 200.
2. *Филатов О.В., Филатов И.О.* «Закономерность в выпадении монет – закон потоковой последовательности». Германия, Издательский Дом: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2015. С. 268.
3. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности». «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 5 (95). С. 226–233.
4. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение)». «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 6 (96). С. 236-245.
5. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение 2)», Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов, 2014. № 7 (97). С. 98-108.
6. *Филатов О.В.* Статья «Теорема «Об амплитудно-частотной характеристике идеальной бинарной случайной последовательности». «Проблемы современной науки и образования», 2015 г. № 1 (31). С. 5–11
7. *Филатов О.В.* Статья «Техника управления вероятностью обнаружения элементарных событий - «0», «1» (аналоги сторон монеты) через псевдозапутывание случайных последовательностей по правилам парадоксальной игры Пенни». «Проблемы современной науки и образования», 2017 г. № 10 (92). С. 10–18.
8. *Филатов О.В*. Статья «Managed probability of Penny series against classical probability series of equal length. Not a typical conversion Mises. / Управляемая вероятность выпадения серий Пенни против классической вероятности выпадения серий равной длины. Не типичное преобразование Мизеса», журнал «Проблемы современной науки и образования / Problems of modern science and education», № 29 (71), 2016 г.
9. [Электронный ресурс]: Авторский сайт со статьями. Режим доступа: http://kodpi.net/ (дата обращения: 03.05.2017).