РАЗРЕШИМОСТЬ НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОЙ ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКИ

Искендерова Д.А.[1], Токторбаев А.М.[2] Email: Iskenderova1790@scientifictext.ru

[1]Искендерова Джамиля Абыкаевна - доктор физико-математических наук, доцент, зав. кафедрой,
кафедра естественнонаучных дисциплин,
Международная академия управления, права, финансов и бизнеса, г. Бишкек;
[2]Токторбаев Айбек Мамадалиевич – преподаватель,
кафедра программирования,
Ошский государственный университет, г. Ош,
Кыргызская Республика

Аннотация: *исследуется система дифференциальных уравнений, описывающая одномерное нестационарное течение вязкого теплопроводного газа с учетом магнитного и электрического полей. Изучается начально-краевая задача с неоднородными граничными значениями для температуры. Доказательство теоремы существования единственного обобщенного решения проводится методом априорных оценок. Наша цель заключается в нахождении глобальных априорных оценок, положительные постоянные в которых зависят только от данных задачи и величины T интервала времени, но не зависят от промежутка существования локального решения. Эти оценки позволяют продолжить локальное решение на весь промежуток времени. Единственность решения может быть получена составлением однородного уравнения для разности двух возможных решений.*

Ключевые слова: *скорость; плотность; температура; магнитное поле; электрическое поле; обобщенное решение; априорные оценки.*

SOLVABILITY OF INHOMOGENEOUS PROBLEM FOR EQUATIONS OF MAGNETIC ELECTROGAZODINAMICS

Iskenderova D.A.[1], Toktorbaev A.M.[2]. Email: Iskenderova1790@scientifictext.ru

[1]Iskenderova Dzhamilia Abykaevna - doctor of Sciences, assistant professor, head,
NATURAL-SCIENCE DISCIPLINES DEPARTMENT,
INTERNATIONAL ACADEMY OF MANAGEMENT, RIGHT, FINANCES AND BUSINESS, BISHKEK;
[2]Toktorbaev Aibek Mamadalievich – teacher,
PROGRAMMING DEPARTMENT,
OSH STATE UNIVERSITY, OSH,
REPUBLIC OF KYRGYZSTAN

Abstract: *the system of differential equations describing one-dimensional nonstationary flow of a viscous heat-conducting gas in the magnetic and electric fields is considered. An initial-boundary value problem with inhomogeneous boundary values for temperature is study. The proof of the theorem existence of a unique generalized solution is based on the method of a priori estimates. Our aim is to find global a priori bounds, in which the positive constants depend only on the data and the length of the time interval T, but not on the interval of existence of the local solution. These estimates permit us to extend the local solution to the whole time interval. The uniqueness of the solution can be derived by constructing a homogeneous equation for the difference between the two possible solutions.*

Keywords: *speed; density; temperature; magnetic field; electric field; generalized solution; apriori estimates.*

УДК 517.957

Система уравнений магнитной электрогазодинамики в массовых лагранжевых координатах имеет вид:

$$\mathrm{v}_t - u_x = 0, \quad \mathrm{v} = \frac{1}{\rho},$$

$$u_t = \sigma_x - \mu_e H H_x + \varepsilon E E_x, \quad p = r\frac{\theta}{\mathrm{v}}, \quad \sigma = \frac{\mu}{\mathrm{v}} u_x - p,$$

$$\theta_t = \left(\frac{\lambda}{\mathrm{v}}\theta_x\right)_x + u_x\sigma + \frac{\mu_e \mu_H}{\mathrm{v}} H_x^2 + b\varepsilon \mathrm{v} E^2 E_x, \qquad (1)$$

$$(\mathrm{v}H)_t = \left(\frac{\mu_H}{\mathrm{v}} H_x \right)_x,$$
$$E_t = -bEE_x.$$

Здесь $u,\ \rho,\ \mathrm{v},\ \theta,\ p,\ H,\ E$ – соответственно скорость, плотность, удельный объем, температура, давление, напряженность магнитного поля, напряженность электрического поля. Коэффициенты $\mu, \varepsilon, \lambda, \mu_e, \mu_H, b,\ r$ – положительные постоянные.

Рассмотрим задачу в области $Q = \{\ (x,t): 0 < x < 1,\ 0 < t < T\ \}$.

В начальный момент $t = 0$ все характеристики среды известны:
$$(u,\ \mathrm{v},\ \theta,\ E,\ H)\big|_{t=0} = (u_0(x),\ \mathrm{v}_0(x),\ \theta_0(x),\ E_0(x),\ H_0(x)), \qquad (2)$$
причем $0 < m_0 \le (\mathrm{v}_0(x), \theta_0(x)) \le M_0 < \infty$.

Искомые функции удовлетворяют граничным условиям:
$$\sigma\big|_{x=0} = \sigma\big|_{x=1} = H\big|_{x=0} = H\big|_{x=1} = 0, \quad E\big|_{x=0} = E_x\big|_{x=0} = 0 \qquad (3)$$
$$\theta\big|_{x=0} = \chi_0(t), \quad \theta\big|_{x=1} = \chi_1(t),$$
$$\chi_i(t) \in W_2^1(0,T), \quad \chi_i(t) \ge m_0 > 0, \quad \chi_i(0) = \theta_0(i), \quad i = 0,1.$$

ТЕОРЕМА. Пусть начальные данные (2) обладают следующими свойствами гладкости: $(\ \mathrm{v}_0, u_0, \theta_0, H_0, E_0\ ) \in W_2^2(\Omega),\ \ E_0'(x) \ge 0$.

Тогда в области $Q = \Omega \times (0,T)$ с любым конечным T существует единственное обобщенное решение задачи (1) – (3), которое удовлетворяет уравнениям и начальным данным почти всюду, причем
$$(\mathrm{v}(t),\ E(t)) \in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)), \qquad (\mathrm{v}_t,\ u_t,\ \theta_t,\ H_t,\ E_t\ ) \in L_2(Q),$$
$$(u(t), \theta(t),\ H(t)) \in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)) \cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),$$
$$Q = \Omega \times (0,\ T),\ \Omega = (0,\ 1),$$
$\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)$ – строго положительные, ограниченные функции.

Доказательство теоремы проводится методом априорных оценок. Выводятся глобальные априорные оценки, положительные постоянные C_i, N_i в которых зависят только от данных задачи и величины T интервала времени, но не зависят от промежутка существования локального решения. Локальная теорема существования доказывается аналогично [1, с.68]. На основе полученных глобальных априорных оценок локальное решение продолжается на весь промежуток времени $[0,T],\ \ 0 < T < \infty$.

Выведем априорные оценки. Примем все положительные постоянные в системе (1), для простоты, равными единице. Предположим, что существует решение задачи (1) – (3).

Из уравнений системы (1) и ограничений на данные задачи видно, что функции $\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)$ неотрицательны. Из [5, с.129] имеем, что
$$E(x,t) \ge 0, \quad E_x(x,t) \ge 0, \qquad \int_0^t E^2(x,t)dt \le N_1, \quad \forall (x,t) \in Q. \qquad (4)$$

Введем вспомогательную функцию $\theta_1(x,t)$, как решение краевой задачи [1,с.88].
$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mathrm{v}} \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \right), \qquad (x,t) \in Q = (0,1) \times (0,T), \qquad (5)$$
$$\theta_1\big|_{x=0} = \chi_0(t), \quad \theta_1\big|_{x=1} = \chi_1(t), \qquad \theta_1\big|_{t=0} = \theta_0(x).$$

По принципу максимума имеют место оценки:
$$0 < m \le \theta_1(x) \le M < \infty, \quad x \in \Omega.$$

Вместо $\theta(x,t)$ введем новую функцию $\psi(x,t)$:

$$\theta(x,t)=\psi(x,t)\theta_1(x,t). \qquad (6)$$

Преобразуем систему уравнений (1) с учетом (5), (6).

$$\mathrm{v}_t-u_x=0, \quad \mathrm{v}=\frac{1}{\rho},$$

$$u_t=\left(\frac{u_x}{\mathrm{v}}\right)_x-\left(\frac{\theta_1\psi}{\mathrm{v}}\right)_x-HH_x+EE_x,$$

$$\theta_1\psi_t=\left(\frac{\theta_1}{\mathrm{v}}\psi_x\right)_x+\frac{\theta_{1x}}{\mathrm{v}}\psi_x-\frac{\theta_1\psi}{\mathrm{v}}u_x+\frac{1}{\mathrm{v}}u_x^2+\frac{1}{\mathrm{v}}H_x^2+\mathrm{v}E^2E_x, \qquad (7)$$

$$(\mathrm{v}H)_t=\left(\frac{H_x}{\mathrm{v}}\right)_x,$$

$$E_t=-EE_x.$$

Граничные условия (3) перепишутся следующим образом:

$$u_x|_{x=0}=\chi_0(t), \quad u_x|_{x=1}=\chi_1(t), \qquad \psi|_{x=0}=\psi|_{x=1}=1,$$

$$H|_{x=0}=H|_{x=1}=0, \qquad E|_{x=0}=E_x|_{x=0}=0. \qquad (8)$$

Из первого уравнения системы (7) вытекает

$$\mathrm{v}(x,t)|_{x=0}=\int_0^t\chi_0(\tau)d\tau+\mathrm{v}_0(0)=\beta_1(t),$$

$$\mathrm{v}(x,t)|_{x=1}=\int_0^t\chi_1(\tau)d\tau+\mathrm{v}_0(1)=\beta_2(t), \qquad (9)$$

причем $0<m_1\le(\beta_0(t),\ \beta_1(t))\le M_1<\infty, \quad t\in[0,T]$.

Априорная оценка

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}E^2+\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left(\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\psi}+\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\psi}+\frac{\theta_1\psi_x^2}{\mathrm{v}\psi^2}+\frac{E_xE^2\mathrm{v}}{\psi}\right)dxd\tau\le N_2, \quad \forall t\in[0,T], \qquad (10)$$

находится аналогично [1, с. 89]. В виду некоторых отличий приведем ее вывод.

Умножим третье уравнение системы (7) на $\left(1-\frac{1}{\psi}\right)$. После некоторых преобразований имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta_1(\psi-\ln\psi-1))-\frac{\partial\theta_1}{\partial t}(\psi-\ln\psi-1)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\frac{\theta_1}{\mathrm{v}}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)-\frac{\theta_1}{\mathrm{v}\psi^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mathrm{v}}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}(\psi-\ln\psi-1)\right)-(\psi-\ln\psi-1)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mathrm{v}}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right)-\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\frac{\theta_1\psi}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}+$$

$$+\frac{1}{\mathrm{v}}\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{\mathrm{v}}\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\mathrm{v}E^2\frac{\partial E}{\partial x}$$

или, с учетом (5):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\frac{\theta_1}{\mathrm{v}}\psi_x\right)-\frac{\theta_1}{\mathrm{v}\psi^2}\psi_x^2+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mathrm{v}}\theta_{1x}(\psi-\ln\psi-1)\right)-\frac{\theta_1\psi}{\mathrm{v}}u_x+\frac{\theta_1}{\mathrm{v}}u_x+ \qquad (11)$$

$$+\frac{1}{\mathrm{v}}u_x^2-\frac{1}{\mathrm{v}\psi}u_x^2+\frac{1}{\mathrm{v}}H_x^2-\frac{1}{\mathrm{v}\psi}H_x^2+\mathrm{v}E^2E_x-\frac{\mathrm{v}E^2}{\psi}E_x.$$

Второе уравнение системы (7) умножим на u, четвертое на H, пятое на $E\mathrm{v}$. Сложим их и проинтегрируем по $Q=(0,1)\times(0,T)$.

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}E^2+\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\psi}+\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\psi}+\frac{\theta_1\psi_x^2}{\mathrm{v}\psi^2}+\frac{E_xE^2\mathrm{v}}{\psi}\right]dxd\tau= \qquad (12)$$

$$=\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u_0^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}_0H_0^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}_0E_0^2\right\}dx+\int_0^1\frac{\theta_1}{\mathrm{v}}u_xdx.$$

Второй интеграл в правой части (12) оценим по неравенству Коши

$$\int_0^1\frac{\theta_1}{\mathrm{v}}u_xdx\le\left(\int_0^1\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\psi}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{\theta_1^2\psi}{\mathrm{v}}dx\right)^{1/2}\le\varepsilon\int_0^1\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\psi}dx+C_\varepsilon\int_0^1\frac{\theta_1^2\psi}{\mathrm{v}}dx,\quad 0<\varepsilon<1.$$

и подставим в (12). С учетом условий на начальные данные и (5), имеем

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}E^2+\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\psi}+\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\psi}+\frac{\theta_1\psi_x^2}{\mathrm{v}\psi^2}+\frac{E_xE^2\mathrm{v}}{\psi}\right]dxd\tau\le C_1\left(1+\int_0^1\frac{\theta_1\psi}{\mathrm{v}}dx\right). \qquad (13)$$

Второе уравнение системы (1)

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mathrm{v}}u_x-\frac{\theta}{\mathrm{v}}-\frac{1}{2}H^2+\frac{1}{2}E^2\right)$$

проинтегрируем по x от 0 до произвольной точки x.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^x u(\xi,t)d\xi=\frac{1}{\mathrm{v}}u_x-\frac{\theta}{\mathrm{v}}-\frac{1}{2}H^2+\frac{1}{2}E^2$$

Затем проинтегрируем по t, используя первое уравнение системы (1).

$$\int_0^x(u(\xi,t)-u_0(\xi))d\xi=\ln\frac{\mathrm{v}(x,t)}{\mathrm{v}_0(x)}-\int_0^t\left(\frac{\theta}{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}H^2\right)(x,\tau)d\tau+\frac{1}{2}\int_0^tE^2(x,\tau)d\tau$$

Пропотенцируем полученное равенство

$$\frac{1}{\mathrm{v}}\exp\int_0^t\left(\frac{\theta}{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=\frac{1}{\mathrm{v}_0}\exp\int_0^x(u_0(\xi)-u(\xi,t))d\xi\cdot\exp\int_0^t\frac{1}{2}E^2(x,\tau)d\tau.$$

Обозначая

$$B(x,t)=\exp\int_0^x \left(u_0(\xi)-u(\xi,t)\right)d\xi, \qquad Y(x,t)=\exp\int_0^t \frac{1}{2}E^2(x,\tau)d\tau, \tag{14}$$

имеем

$$\frac{1}{\mathrm{v}}\exp\int_0^t\left(\frac{\theta}{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=\frac{1}{\mathrm{v}_0}B(x,t)\cdot Y(x,t). \tag{15}$$

Умножим (15) на $\left(\theta+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)$ и проинтегрируем его по t от 0 до t.

$$\exp\int_0^t\left(\frac{\theta}{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=1+\frac{1}{\mathrm{v}_0}\int_0^t\left(\theta+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)B(x,\tau)\cdot Y(x,\tau)d\tau. \tag{16}$$

Прологарифмируем (16).

$$\int_0^t\left(\frac{\theta}{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=\ln\left(1+\frac{1}{\mathrm{v}_0}\int_0^t\left(\theta+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)B(x,\tau)\cdot Y(x,\tau)d\tau\right).$$

Оценим правую часть, используя неравенство Коши, условия на начальные данные и (4), (6).

$$\int_0^t\left(\frac{\theta}{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau\le\ln\left(1+C_2\exp\max_{0\le\tau\le t}\|u(\eta)\|\cdot\int_0^t\left(\psi+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)(x,\tau)d\tau\right). \tag{17}$$

Известно, что [1,с.90]

$$\int_0^1\psi\,dx\le\int_0^1\left(1+\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right)dx. \tag{18}$$

Используя неравенство

$$\ln\left(1+ae^b\right)\le a+b, \quad \forall a\ge 0,\, b\ge 0,$$

из (17), после интегрирования по Ω, получим неравенство

$$\int_0^t\int_0^1\frac{\theta_1\psi}{\mathrm{v}}dxd\tau\le C_3\left(1+\max_{0\le\eta\le t}\|u(\eta)\|+\int_0^t\int_0^1\left(\theta_1(\psi-\ln\psi-1)+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)dxd\tau\right).$$

Подставляя его в (13) и применяя лемму Гронуолла, находим необходимую оценку (10).
Из (6), с учетом (10), (18), имеем оценку

$$\int_0^1\theta(x,t)dx\le N_3, \quad \forall t\in[0,T]. \tag{19}$$

Равенства (15) и (16) дают вспомогательное соотношение между искомыми функциями

$$\mathrm{v}(x,t)=B^{-1}(x,t)\cdot Y^{-1}(x,t)\left(\mathrm{v}_0(x)+\int_0^t\left(\theta+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)B(x,\tau)\cdot Y(x,\tau)d\tau\right). \tag{20}$$

Из (4), (10), (14) вытекают оценки

$$0<C_4^{-1}\le B(x,t)\le C_4, \quad 0<C_5^{-1}\le Y(x,t)\le C_5, \quad \forall(x,t)\in Q. \tag{21}$$

Проинтегрируем (20) по Ω с учетом (21) и условий на начальные данные

$$\int_0^1\mathrm{v}(x,t)dx\le C_6\left(1+\int_0^t\int_0^1\left(\theta+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)d\tau\right).$$

Используя (10), (19), имеем

$$\int_0^1 v(x,t)dx \le N_4, \quad \forall t \in [0,T]. \qquad (22)$$

Соотношение (20) с учетом (21) и условий на начальные данные дает ограниченность снизу удельного объема.

$$v(x,t) \ge N_5, \qquad \forall (x,t) \in Q.$$

Аналогично [4, с.32] выводятся оценки

$$\max_{0\le t\le T} \| E_x(t) \|^2 + \int_0^T \int_0^1 E_x^3 \, dx\, d\tau \le N_6, \quad M_E^2(t) \le N_7, \quad \forall t \in [0,T].$$

Умножим третье уравнение системы (7) на $\left(\frac{1}{\psi^{1/2}} - \frac{1}{\psi} \right)$ и проинтегрируем по Ω.

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{2} \frac{\theta_1 \psi_x^2}{v\psi^{3/2}} + \frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}} + \frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}} + \frac{E_x E^2 v}{\psi^{1/2}} \right) dx = 2\frac{d}{dt} \int_0^1 \theta_1 \left(\psi^{1/2} - \ln\psi^{1/2} - 1 \right) dx +$$

$$+ \int_0^1 \left(\frac{u_x^2}{v\psi} + \frac{H_x^2}{v\psi} + \frac{\theta_1 \psi_x^2}{v\psi^2} + \frac{E_x E^2 v}{\psi} \right) dx - \int_0^1 \frac{\theta_1}{v} u_x dx + \int_0^1 \frac{\theta_1 \psi^{1/2}}{v} u_x dx.$$

Оценим интегралы в правой части по неравенствам Коши и Юнга с учетом полученных выше оценок. После некоторых преобразований выводим оценку

$$\int_0^t \int_0^1 \left(\frac{\theta_1 \psi_x^2}{v\psi^{3/2}} + \frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}} + \frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}} + \frac{E_x E^2 v}{\psi^{1/2}} \right) dx d\tau \le N_8, \forall t \in [0,T]. \qquad (23)$$

Из соотношения

$$\max_x \theta^{1/2}(t) \le N_4^{1/2} + \frac{1}{2} \int_0^1 \left| \frac{\theta_x}{\theta^{1/2}} \right| dx \le N_4^{1/2} + \frac{1}{2} \left(\int_0^1 \frac{\theta_x^2}{v\theta^2} dx \right)^{1/2} \left(\int_0^1 \theta \, dx \right)^{1/2} \max_x v^{1/2}(t)$$

и (19) вытекает оценка

$$\max_x \theta(t) \le C_7 A(t) \max_x v(t) + C_8, \qquad \text{где} \quad A(t) = \int_0^1 \frac{\theta_x^2}{v\theta^2} dx. \qquad (24)$$

Далее,

$$\max_x H^2(t) \le 2\int_0^1 |HH_x| \, dx \le 2 \left(\int_0^1 \frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}} dx \right)^{1/2} \left(\int_0^1 vH^2 dx \right)^{1/2} \max_x \psi^{1/4}(t) \le$$

$$\le 2 \left(\int_0^1 \frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}} dx \right)^{1/2} \left(\int_0^1 vH^2 dx \right)^{1/2} \left(C + \frac{1}{4} \left(\int_0^1 \frac{\theta_1 \psi_x^2}{v\psi^{3/2}} dx \right)^{1/2} \left(\int_0^1 \frac{v}{\theta_1} dx \right)^{1/2} \right).$$

Используя (5), (10), (22), (23) и неравенство Коши, находим

$$\int_0^t \max_x H^2(\tau) \, d\tau \le N_9, \quad \forall t \in [0,T]. \qquad (25)$$

Представление (20) и оценки (21), (24) дают неравенство

$$\max_x v(t) \le C_{10} \left[1 + \int_0^t \left(A(\tau) + \max_x H^2(\tau) \right) \max_x v(\tau) d\tau \right].$$

Применяя к нему лемму Гронуолла, с учетом оценок (10), (25), выводим ограниченность удельного объема сверху

$$\mathrm{v}(x,t) \le N_{10}, \qquad \forall (x,t) \in Q.$$

Рассуждая так же, как в [3, 4], можно вывести остальные априорные оценки для искомых функций, необходимые для доказательства существования решения. Единственность решения доказывается составлением однородного уравнения для разности двух возможных решений. Теорема доказана.

Список литературы / References

1. *Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н.* Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. Новосибирск: Наука, 1983. – 319с.
2. *Ватажин А.Б.и др.* Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983. 344 с.
3. *Смагулов Ш.С., Искендерова Д.А.* Математические вопросы модели магнитной газовой динамики. Алматы: Гылым, 1997. 166 с.
4. *Искендерова Д.А., Токторбаев А.М.* Краевая задача для уравнений магнитной газовой динамики с учетом электрического поля // Инновации в науке, 2016. № 2 (51). С. 22–35.
5. *Файзуллина Н.Т.* Корректность краевой задачи электрогазодинамики для модели вязкого теплопроводного газа // Динамика сплошной среды, 1990. Вып. 97. С. 124–145.