ДЛЯ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Максимов С.И. Email: Maksimov17109@scientifictext.ru

Максимов Сергей Иванович – пенсионер,
г. Чайковский

Аннотация: *в этой статье рассматривается состав чисел натурального ряда и их произведение в соответствии с геометрической интерпретацией. Вводится понятие группового произведения и определяется его структура. Рассматриваются два вида произведений и соразмерность этих произведений с суммами чисел, составляющих их количественное содержание. Производится сравнение обычных линейных произведений с групповыми произведениями, имеющих другую структуру, но соответствующих по количественному содержанию линейным. Наличие групповых произведений позволяет определить сущность простых и составных чисел, которая и рассматривается в этой статье.*
Ключевые слова: *единица-точка, единица-длина, количественное содержание, приращение, линейные произведения, групповые произведения, «треугольник групповых произведений», свойство соразмерности.*

FOR NUMBER THEORY

Maksimov S.I.

Maksimov Sergey Ivanovich - boarder,
TCHAIKOVSKY

Abstract*: this article discusses the composition of numbers the natural numbers in their work in accordance with the geometric interpretation. There are two works and proportionality of these works with sums of numbers that make up their quantitative content. Essence of prime and component numbers is determined. The two types of products considered and the proportionality of these products with the sums of numbers constituting their quantitative content are considered. A comparison of ordinary linear products with group products is made. Linear, normal in quantitative content linear. The presence of group formations. The definition of the essence of simple and composite numbers, which is considered in this article.*
Keywords: *unit point, unit-length, quantitative content, the increment of linear works, group works, "triangle group work", the property of proportionality.*

УДК 511.12

Геометрия чисел натурального ряда.

Первый ряд чисел состоит из одинаковых количественных единиц – точек. Их последовательное суммирование образует натуральный ряд чисел. Каждое число натурального ряда, начиная со второго по порядку, состоит из суммы единиц – точек. Первое число, единица – точка, не является суммой, а остальные являются результатами точечного суммирования. Каждое число натурального ряда имеет количественное содержание. Оно равно сумме количественных единиц, входящих в состав этого числа, и отражает порядковый номер нахождения в натуральном ряду, его индивидуальность. В натуральном ряду чисел количественное содержание числа соответствует порядковой нумерации. Второе число два является суммой двух единиц – точек, является единицей – длиной и характеризуется четностью. Число два имеет приращение относительно рядом расположенного первого числа, единицы. Приращение равно абсолютной разности этих чисел и находится в первом ряду, состоящем из количественных единиц – точек. Если приращением является не количественная единица – точка, а единица – длина два, то при последовательном суммировании с количественной единицей образуется числовая последовательность, состоящая из нечетных чисел:

1 3 5 7 9 11 ….
2 2 2 2 2 …

Интервал расположения нечетных чисел в натуральном ряду равен двум. При последовательном суммировании приращения два с единицей – длиной два образуется числовая последовательность, состоящая из четных чисел:

2 4 6 8 10 …
2 2 2 2 ….

Интервал расположения четных чисел в натуральном ряду, так же как и нечетных, равен двум, но он смещен на одну количественную единицу. По этой причине нечетные и четные числа в натуральном ряду чередуются. Количественная единица – точка входит в состав каждого нечетного числа, и все нечетные числа являются комбинированными. Сама количественная единица не имеет приращения и не является суммой. Четные числа в своем составе не имеют количественной единицы и состоят только из единиц – длин. Относительная разность нечетных чисел и четных не может быть целым числом натурального ряда, т. к. они не соизмеримы (единица при делении на два не является целым числом). Два при делении на единицу является целым числом, и четные числа могут делиться без остатка на нечетные. Сумма и разность двух нечетных чисел устраняют из состава количественную единицу и становятся четными. Сумма и разность двух чисел, одно из которых четное, а другое нечетное, приобретают свойство нечетности. Произведения двух таких чисел приобретают свойство четности. Произведения двух нечетных чисел являются нечетными, а двух четных чисел являются четным. Произведение двух чисел натурального ряда может быть линейным и может быть групповым. Линейное произведение является суммой группы чисел с одинаковым количественным содержанием каждого числа. Количественное содержание одного числа является одним из сомножителей, а количество чисел, имеющих одинаковое количественное содержание в группе, является другим сомножителем. Например, группа чисел состоит из пяти чисел, имеющих одинаковое количественное содержание равное семи 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35. Это произведение пяти чисел, каждое из которых равно семи 7 * 5 = 35. Это же произведение из пяти чисел можно представить как сумму группы из пяти чисел, но имеющих не одинаковое количественное содержание 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35. В этом произведении 7 * 5 = 35 число семь имеет средне групповое количественное содержание и является центральным числом в последовательной группе чисел натурального ряда. Такое произведение является групповым. В групповом произведении средне групповое количественное содержание равно сумме всех чисел в группе, деленной на их количество. Если количество чисел в группе является четным числом, то средне групповое количественное содержание определяется как сумма двух центральных чисел, деленная на два. Например, в группе 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45 средне групповое количественное содержание будет (7 + 8) / 2 = 7,5. Сумма группы чисел, имеющих одинаковое количественное содержание, представляет собой одну сплошную линию, характерную для линейных произведений. Произведения двух одинаковых чисел (квадраты) не могут быть представлены сплошной линией, т. к. они не имеют одинаковых приращений. При введении нуля в состав чисел натурального ряда у количественной единицы появляется приращение, и она становится единицей – длиной. В этом случае квадрат может быть представлен линейным произведением. Структура групповых произведений двух одинаковых чисел не сплошная:

для нечетных чисел	для четных чисел	3 * 3 = 2
* 4 +1 = 9	2 * 2 = 1 * 3 + 1 = 4	5 *5 = 4 * 6 + 1 = 25
4 * 4 = 3 * 5 + 1 = 16	7 * 7 = 6 * 8 + 1 = 49	6 * 6 = 5 *
7 + 1 = 36	9 * 9 = 8 * 10 + 1 = 81	8 * 8 = 7 * 9 + 1 = 64
11 * 11 = 10 * 12 + 1 = 121	10 * 10 = 9 * 11 + 1 = 100	1 * 1

такого квадрата у количественной единицы нет. В состав квадратов она входит как слагаемое. Для того, чтобы структура произведения была сплошной, нужна разность сомножителей. Разность квадратов определяется по формуле А * А – В * В = (А + В) * (А – В) [2] при А больше В. У разности квадратов количественная единица, входящая в состав квадратов как слагаемое, вычитается.

Геометрия произведений.

Числа натурального ряда являются результатами точечного суммирования. Числа линейных произведений являются результатами линейного суммирования, когда складываются линии одинаковых размеров. Это обычная таблица умножения, где слагаемыми являются линии одинаковой длины, а результатом сложения является площадь. Основой групповых произведений является разность квадратов (А + В) * (А – В) [2] Разность квадратов – это произведение двух чисел в натуральном ряду, равноудаленных от какого – либо числа. Произведем построение таблицы групповых произведений. Например, центральным числом будет 10. Произведениями равноудаленных от него чисел будут 9 * 11 = 99; 8 * 12 = 96; 7 * 13 = 91; 6 * 14 = 84; 5 * 15 = 75; 4 * 16 = 64; 3 * 17 = 51; 2 * 18 = 36; 1 * 19 = 19. Все эти произведения являются разностями квадратов числа 10 с квадратами чисел 1 2 3 4 5 6 7 8 9: 10 * 10 – 1 * 1 = 9 * 11; 10 * 10 – 2 * 2 = 8 * 12; 10 * 10 – 3 * 3 = 7 * 13; 10 * 10 – 4 * 4 = 6 * 14; 10 * 10 – 5 * 5 = 5 * 15; 10 * 10 -6 * 6 = 4 * 16; 10 * 10 – 7 * 7 = 3 * 17; 10 * 10 – 8 * 8 = 2 * 18; 10 * 10 – 9 * 9 = 1 * 19. В этих разностях уменьшаемым числом является квадрат центрального числа, состоящий из одинаковых сомножителей, сумма которых равна удвоенному центральному числу. Вычитаемым являются квадраты чисел натурального ряда, расположенные последовательно от единицы до девяти. Суммы их сомножителей равны удвоенным основаниям. Разности равны произведениям равноудаленных от десяти чисел. Сумма их сомножителей равна удвоенному центральному числу. Подобным образом построим ряды произведений с центральными числами от девяти до единицы. Получился «треугольник групповых произведений» от единицы до десяти. Центральными числами являются основания квадратов вычитаемых. Уменьшаемыми числами являются квадраты центральных чисел, удаленность которых равна нулю. Ряд квадратов является первым вертикальным рядом «треугольника групповых произведений».

Центральные числа. Квадраты. Групповые произведения.

Таблица 1. Треугольник групповых произведений

1	1
2	4 3
3	9 8 5
4	16 15 12 7
5	25 24 21 16 9
6	36 35 32 27 20 11
7	49 48 45 40 33 24 13
8	64 63 60 55 48 39 28 15
9	81 80 77 72 65 56 45 32 17
10	100 99 96 91 84 75 64 51 36 19

В этом прямоугольном, равностороннем треугольнике первый диагональный ряд чисел является числовой последовательностью, состоящей из нечетных чисел натурального ряда. Первым числом этой последовательности является количественная единица – точка. Условно считается, что количественное содержание квадрата единицы равно количественной единице – точке 1 * 1 = 1. Но на практике квадрат единицы ограничен четырьмя количественными единицами – точками и выражен в единицах – длинах. Например, клетка в тетради по математике ограничена четырьмя длинами. Для устранения этого несоответствия вводятся именные единицы, такие как квадратный сантиметр, квадратный метр и т. д. . Квадрат числа два содержит девять 3 * 3 = 9 точек, числа три – шестнадцать 4 * 4 = 16 … . Это смещение количественных содержаний квадратов и является числовой последовательностью, состоящей из нечетных чисел натурального ряда, которые образуют первый диагональный ряд в «треугольнике групповых произведений». Их последовательное суммирование образует числовую последовательность, состоящую из квадратов чисел натурального ряда:

1 4 9 16 25 …
1 3 5 7 9 … .

Квадраты состоят из произведений чисел – длин, а количественные содержания чисел натурального ряда состоят из сумм единиц – точек. Это и является причиной смещения количественных содержаний. Количественная единица – точка не является суммой. Она не имеет приращения и не может быть длиной, а тем более площадью. При умножении на единицу результат не увеличивается, площадь не образуется. Произведение является разностью квадратов, т. е. площадью, образующейся при умножении чисел – длин.

В первом диагональном ряду «треугольника групповых произведений» результаты суммирования какой – либо группы чисел, расположенных последовательно, делятся без остатка на количество суммируемых чисел в этой группе. Это свойство соразмерности группового произведения с количественным содержанием суммы чисел этой группы. Соразмерности количества с количественным содержанием. При делении суммы на количество чисел частным является среднее количественное содержание группы. Числа первого диагонального ряда являются рядом произведений на сомножитель, которым является единица. Числа второго диагонального ряда являются результатами суммирования двух рядом расположенных чисел первого диагонального ряда. Начинается он с квадрата числа два – четыре. Все числа этого ряда четные, и все числа делятся без остатка на четыре. Второй диагональный ряд является рядом произведений на два. Числа третьего диагонального ряда являются результатами последовательного суммирования чисел первого диагонального ряда по три, и третий диагональный ряд является рядом произведений на три. Начинается он с квадрата числа три. Аналогично построение и всех других диагональных рядов. Перпендикулярно диагональным рядам расположены числа высотных рядов. Например, высотный ряд, начинающийся с числа первого диагонального ряда 11, будет 11 33 55 77 99. Это ряд произведений нечетных чисел на 11. Заканчивается этот высотный ряд квадратом числа одиннадцать. Далее высотные ряды становятся, как произведения на 11, диагональными. Например, высотный ряд от семи 7 21 35 49, как произведения на 7, становится диагональным 7 * 7 = 49; 7 * 9 = 63 7 * 11 = 77; 7 * 13 = 91 … . Это после квадратные произведения, а произведения 7 * 1 = 7; 7 * 3 = 21; 7 * 5 = 35 являются до квадратными произведениями. Четные высотные ряды произведений начинаются с чисел второго диагонального ряда.

Групповые произведения в «треугольнике групповых произведений» являются и линейными. Например, линейное произведение 5 * 9 = 45 можно представить как сумму группы чисел первого диагонального ряда с центральным числом девять 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 45, являющейся разностью квадратов 7 * 7 – 2 * 2 = 49 – 4 = 45. Первым числом в этой группе нечетных чисел является удвоенное меньшее основание плюс единица 2 * 2 + 1 = 5. Последним числом в этой группе является удвоенное большее основание минус единица 7 * 2 – 1 = 13. Центральным числом группы является сумма первого и последнего чисел, деленная на два (5 + 13) / 2 = 9. Количество чисел в группе равно разности центрального числа и первого плюс единица 9 – 5 + 1 = 5, или разности оснований квадратов 7 – 2 = 5. Равенство групповых и линейных произведений определяется свойством соразмерности произведений с суммами чисел, составляющих их количественное содержание. Так линейное произведение 10 * 10 =100 является суммой десяти чисел, каждое из которых равно десяти 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 +10 + 10 + 10 + 10 = 100. В групповом произведении 100 является суммой группы десяти нечетных чисел от единицы до девятнадцати 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100. Количественное содержание этих произведений одинаковое и равно 100. А суммарный состав разный. В линейном произведении нет единицы – точки, а в групповом произведении она есть. Ее содержит любая степень любого числа, выраженная групповым произведением, т. к. количественное содержание количественной единицы в любой степени равно единице. Поэтому сумма любых двух чисел в одинаковой степени, кроме первой и второй, не может быть равна любому другому числу в этой же степени (1 + 1 не равно 1). (Полное доказательство этого факта в общем виде опубликовано в научно методическом журнале «Проблемы современной науки и образования» №11 (41) 2015 г. Изд. «Проблемы науки», Москва). Квадраты являются исключением, так как они же являются и линейными произведениями, не содержащими в суммарной структуре единиц точек. В формуле разности квадратов А * А – В * В = (А + В) * (А – В) [1] произведение не содержит единицы – точки, так как она вычитается А *А – В * В, и произведение становится линейным. Когда первый сомножитель А + В является квадратом, а второй сомножитель А – В равен единице, то разность квадратов является квадратом. Следовательно, сумма в этом случае является квадратом. Например, А = 13; В = 12, то (13 + 12) * (13 – 12) = 25 * 1, Или (13 * 13) – (12 * 12) = 5 * 5 и 5 * 5 + 12 * 12 = 13 * 13.

Структурный состав чисел натурального ряда.

В натуральном ряду есть три вида отличающихся по свойствам чисел. Это :количественная единица – точка, числа – длины (четные) и комбинированные числа (нечетные). Единица – точка не является суммой и не имеет приращения. Она является первым числом натурального ряда. Все остальные числа являются суммами единиц – точек. Второе число натурального ряда два состоит из двух единиц – точек, является единицей – длиной. Числа, состоящие из таких единиц, обладают свойством четности. Все они делятся на два без остатка. Единицы – длины в сумме с одной количественной единицей – точкой являются комбинированными числами и обладают свойством нечетности, они не делятся на два без остатка.

Первый диагональный ряд «треугольника групповых произведений» является числовой последовательностью, состоящей из нечетных чисел. Все нечетные числа делятся на простые и составные. Простые числа делятся без остатка только на два делителя. Это единица и само число. Составные числа имеют более двух делителей. Считается, что нет закономерности в распределении простых чисел среди бесконечного ряда целых чисел. Если произведения рассматривать не как линейные, а как групповые, то такая закономерность наблюдается. Чтобы определить состав произведений нечетных чисел, построим таблицу сомножителей для равноудаленных нечетных чисел от их центрального ряда.

Таблица 2. Сомножители для равноудалённых нечетных чисел

1
1 3 5
1 3 5 7 9
1 3 5 7 9 11 13
1 3 5 7 9 11 13 15 17
1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21
1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25
1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29

Вертикальный ряд центральных чисел – это ряд последовательно расположенных нечетных чисел, начинающихся с единицы. Горизонтальные ряды так же начинаются с единиц и так же являются рядами последовательно расположенных нечетных чисел. Они под прямым углом пересекают ряд нечетных центральных чисел. Суммы двух чисел равноудаленных от центральных в горизонтальных рядах, деленные на два, равны центральным числам. Числа горизонтальных рядов, расположенные слева от центральных, являются до квадратными. Все они, в сумме с после квадратными числами, равны квадратам центральных чисел. Например, состав квадрата числа семь выглядит так: 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7 * 7 = 49. В этом примере количество слагаемых равно семи. Три из них: 1; 3 и 5 являются до квадратными. Центральное число 7. Числа 9; 11 и 13 входят в состав квадрата 49 как после квадратные.

Определение: произведение равноудаленных от центрального числа сомножителей равно квадрату центрального числа минус квадрат половины удаления. В приведенном примере с центральным числом 7 произведение 5 * 9 = 45, согласно определения, будет: квадрат центрального числа 7 * 7 минус удаление 9 – 5 = 4, деленное на два 4 / 2 = 2 и возведенное в квадрат 2 * 2 = 4, равно произведению 7 * 7 – 2 * 2 = 5 * 9; 49 – 4 = 45. Для равноудаленных 3 и 11 их произведение будет 49 – 16 = 33, что соответствует формуле A * A – B * B = (A + B) * (A – B) [2]. Если у произведения A * B сумму сомножителей разделить на два, то выражение (A + B) / 2 будет центральным числом для равноудаленных от него сомножителей, а его квадрат будет средним квадратом сомножителей. Средний квадрат сомножителей равен квадрату половины их суммы. .Определение произведения двух нечетных чисел : произведение двух нечетных чисел равно среднему квадрату сомножителей минус квадрат половины их разности. В общем виде: A * B = (A * A + 2A * B + B * B – A * A + 2A * B – B * B) / 4. Этим определением обусловлена закономерность распределения простых чисел в натуральном ряду. В таблице № 2 центральное число является простым, если оно не соизмеримо (нет общих кратных чисел) с равноудаленными от него числами в этом горизонтальном ряду. Например, центральное число 13 не соизмеримо с равноудаленными числами горизонтального ряда, в центре которого оно находится (кроме чисел 1 и 13). Это пары чисел 3 и 23; 5 и 21; 7 и 19; 9 и 17; 11 и 15. Равное удаление определяется тем, что сумма двух любых, равноудаленных от центрального числа, чисел, деленная на два, равна центральному числу. Это значит, что разности дальних чисел и центральных равны разностям центральных и ближних чисел. Например, если (7 + 19) / 2 = 13, то 19 – 13 = 13 – 7.

Составные числа вертикального ряда центральных чисел формируются в до квадратной части соответствующих горизонтальных рядов. Центральное число является составным, если в до квадратной части горизонтального ряда, в котором оно находится, есть хотя бы одно число (не считая единицы) с ним соизмеримо (центральное делится на это число без остатка). При делении центрального числа на его количественное содержание, всегда получается единица. При делении до квадратных чисел на центральное число получается дробь, которая меньше единицы. Если центральное число кратно с до квадратным, то они соизмеримы. Например, до квадратная часть в горизонтальном ряду центрального числа 15 в таблице № 2 состоит из нечетных чисел   1   3   5   7   9   11   13. Число 15 соизмеримо с числом 3. .Это значит, что после этого числа каждое третье число в этом ряду делится на три без остатка. При делении числа три на центральное число 15 получается дробь, отражающая соразмерность этих чисел. Число три составляет пятую часть числа пятнадцать : один к пяти. Число пять составляет третью часть числа пятнадцать. И пятнадцать является составным числом. По определению произведения нечетных чисел (3 + 5) / 2 = 4 является средним сомножителем 3 и 5. Его квадрат равен 4 * 4 = 16. Половина удаления равна (5 – 3) / 2 = 1. Квадрат половины удаления равен 1 * 1 = 1. Разность квадратов 16 – 1 = 15 является произведением 3 * 5 = 15. У произведения 1 * 15 = 15 средний сомножитель равен (1 + 15) /2 = 8. Его квадрат равен 8 * 8 = 64. Половина удаления равна (15 – 1) / 2 = 7. Ее квадрат равен   7 * 7 = 49. Произведение равно 64 – 49 = 1 * 15. Произведения 1 * 15 и 3 * 5 имеют одинаковое количественное содержание 15, но отличаются структурой. Произведение 3 * 5 является групповым. Это сумма группы последовательно расположенных нечетных чисел. Первое число в этой группе равно разности большего и меньшего сомножителей плюс единица 5 -3 + 1 = 3. Последнее число в этой группе равно сумме сомножителей минус единица 3 + 5 – 1 = 7. Структура этого группового произведения будет 3 + 5 + 7 = 3 * 5 = 15. Все составные числа являются групповыми произведениями. Произведение 1 * 15 состоит из одного числа 15 и не является суммой группы чисел. Такие произведения характеризуют простые числа. Все числа первого диагонального ряда «треугольника групповых произведений» (таблица № 1) не являются суммами групп нечетных чисел. Они состоят из одного числа, которым является разность двух рядом расположенных (разность оснований равна единице) квадратов. Все остальные числа в «треугольнике групповых произведений» являются суммами последовательно расположенных нечетных чисел. Они являются составными числами. Рассмотрим центральное составное число 45 = 3 * 3 *5 (таблица № 2), До квадратная часть горизонтального ряда, в котором находится это центральное число, состоит из чисел: 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 57 39 41 43. Соизмеримыми с числом 45 будут числа 1; 3; 5; 9: 15. 3 * 15 = 45; средний сомножитель этого группового произведения (3 + 15) / 2 = 9; его квадрат 9 * 9 = 81, половина удаления равна (15 – 3) / 2 = 6; квадрат половины удаления равен 6 * 6 = 36; произведение равно 81 – 36 = 3 * 15 = 45.

У группового произведения 5 * 9 средний сомножитель равен (5 + 9) / 2 = 7;его квадрат равен 7 * 7 = 49; половина удаления равна (9 – 5) / 2 = 2; квадрат половины удаления равен 2 * 2 = 4; произведение равно 49 – 4 = 5 * 9 = 45.   Произведение 1 * 45. средний сомножитель (1 + 45) / 2 = 23. Его. квадрат 23 * 23 = 529. Половина удаления (45 – 1) / 2 = 22. Квадрат половины удаления 22 * 22 = 484. Произведение равно 529 – 484 = 1 * 45 = 45. В «треугольнике групповых произведений» составное число 3 * 15 = 45 является суммой последовательной группы чисел 13 + 15 + 17 = 45 с центральным числом 15. Первое число этой группы 15 - 3 + 1 = 13 последнее число в этой группе 15 + 3 – 1 = 17.

Число 5 * 9 = 45 является суммой группы чисел 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 45 с центральным числом (5 + 13) / 2 = 9. Первое число в этой группе 9 – 5 + 1 = 5, последнее число в группе 9 + 5 – 1 = 13. Количество чисел в группе равно 9 – 5 + 1 = 5. Произведение 1 * 45 является разностью квадратов 23 * 23 – 22 * 22 = 45 и выражено одним числом 45. Это следствие того, что единица – точка не является суммой, и умножение чисел на единицу не меняет их количественного содержания. Наличие составных чисел определяется тем обстоятельством, что произведение – это не только сумма одинаковых чисел, но еще оно является разностью квадратов, выраженной площадью.

Список литературы / References

1. *Каченовский М.И., Колягин Ю. М., Кутасов А.Д., Лунанкин Г. Л., Оганесян В.А., Яковлев Г.Н.* Алгебра и начала анализа, часть 2. Москва: Наука, 1981.
2. *Куликов Л.Я.* Алгебра и теория чисел. Москва: Высшая школа, 1979 г.