ФАБРИКА ПАРАДОКСАЛЬНЫХ КОМБИНАТОРНЫХ ЭФФЕКТОВ – ИГРА ПЕННИ

Филатов О.В. Email: Filatov17107@scientifictext.ru

Филатов Олег Владимирович - инженер-программист,
ЗАО «Научно технический центр «Модуль», г. Москва

Аннотация: *Российская вероятностная школа Колмогорова сильно отличается от европейской вероятностной школы Мизеса. Это отличие было заложено академиком Колмогоровым ещё со времён идеологической войны советской научной школы против буржуазной научной школы. На текущий момент восприятие вероятностей по Мизесу как физического процесса привело к разработке техник, позволяющих управлять частотами выпадений серий в случайной бинарной последовательности. Современная школа Колмогорова старается не замечать это направление – управляемых вероятностей (аналогом которых являются длинные серии подбрасываний монеты). Зарубежные исследователи регулярно публикуют свои математические открытия, сделанные при изучении парадоксальной игры Пенни, что начинает приводить к явному застою и отставанию российской исследовательской школы в данном направлении. В статье приводятся расчёты различных состояний в парадоксальной игре Пенни при модификациях этой игры, объяснение которых базируется на идеях Мизеса о «коллективах» (потоковых бинарных последовательностях). Логические события, выражающиеся в не равновероятном угадывании результатов подбрасывания монеты, при псевдозапутывании двух игр Пенни, очень похожи на физические опыты по прохождению фотонов через одну и две щели. В обоих экспериментах (с фотонами и с играми Пенни) результат зависит от размеров окон (щелей), которые пропускают через себя поток исследуемых сущностей. Идея Мизеса о том, что случайная бинарная последовательность является моделью физической реальности (современная трактовка – вселенная цифровая матрица), получает дополнительную поддержку со стороны парадоксальной игры Пенни.*
Ключевые слова: *элементарные события, эл, составные события, цуга, бинарной последовательности, игра Пенни, выпадения монеты.*

THE FACTORY OF PARADOXICAL COMBINATORIAL EFFECTS - PENNY GAME

Filatov O.V.

Filatov Oleg Vladimirovich -, Software Engineer,
SCIENTIFIC AND TECHNICAL CENTER «МОДУЛЬ», MOSCOW

Abstract: *the Kolmogorov Russian probabilistic school is very different from the European Mises probabilistic school. This distinction was laid down by Academician Kolmogorov from the time of the ideological war of the Soviet scientific, against the bourgeois scientific. At the current moment, the perception of the probabilities of Mises, as a physical process, led to the development of techniques allowing to control the frequency of fallout of series in a random binary sequence. The modern Kolmogorov school tries not to notice this direction - controlled probabilities (analogous to which are long series of coin flips). Foreign researchers regularly publish their mathematical discoveries made during the study of the paradoxical game of Penny, which begins to lead to a clear stagnation and lagging behind the Russian research school in this direction. The article provides calculations of various states in Penny's paradoxical game under modifications of this game, the explanation of which is based on Mises's ideas about "collectives" (streaming binary sequences). Logical events, expressed in the not equally probable guessing of the coin tossing results, when pinging two Penny games, are very similar to physical experiments on the passage of photons through one and two slots. In both experiments (with photons and Penny games), the result depends on the size of the windows (slots) that pass through the flow of the entities being examined. Mises's idea that a random binary sequence is a model of physical reality (modern interpretation - the universe is a digital matrix), receives additional support from the paradoxical game Penny.*
Keywords: *elementary events, el, compound events, train, binary sequence, Penny game, coin dropouts.*

УДК: «51»

Введение

В библиотеки учебных заведений укомплектованы учебниками, в которых объясняется, что на результат выпадения монеты не влияют ни предшествующие, ни последующее, и ни какие другие её выпадения. Но уже полвека известна игра Пенни, которая используя структуру случайной бинарной последовательности, управляет частотами выпадений серий монеты. В настоящие время, возник исследовательский интерес к подобным техникам позволяющим менять частоту обнаружения бинарных серий в потоке случайных, независимых событий (по классическим представлениям эти частоты постоянны). Игра Пенни – это наиболее известная подобная техника управления частотами независимых событий. В игре Пенни частота обнаружения регулируется подбором серий, конкурирующих друг с другом, за случайным образом выпадающие элементарные события. В обыденном понимании управлять частотой выпадений серий значит управлять вероятностью их выпадений (частота не является вероятностью, но в обыденном понимании эти понятия совпадают).

Критики указывают, что в игре Пенни конкурирующие шаблоны подбираются так, что, например, один шаблон «поглощает» выпадающие случайные единицы, оставляя другому шаблону выпадающие нули. И за счёт возникающей диспропорции, искажения структуры случайной бинарной пос-ти [2-5], достигается мнимое управление вероятностью выпадений серий, а на самом деле происходит всего лишь управление частотами обнаружений выпадающих серий.

В настоящий момент данная техника управляемым обнаружением серий в потоке случайных независимых бинарных событий (игра Пенни) развита до состояния, в котором объектом управляемого обнаружения является уже не серия событий, а одиночное элементарное бинарное событие [1]. Но такой способ управления частотами выпадений серий подвергается критике из-за того, что он работает в пространстве уже реализовавшихся (выпавших) элементарных событий и не может быть применим к ещё не выпавшим, будущим случайным бинарным событиям (ещё не подброшенным монетам). А так же, из-за того, что своим рабочим инструментом он использует серии, конкурирующие друг с другом за случайные бинарные события.

Поэтому, в настоящее время, исследовательские усилия концентрируются на разработке техник управления, которые лишены указанных недостатков: не возможность влиять на будущие события, необходимость привлечения вспомогательных серий (для не математических применений «предметов»).

Одно из направлений исследований заключается в изучении различных вариаций правил игры Пенни. Небольшие изменения правил игры Пенни приводят к новым парадоксальным результатам. В частности, изменив правила игры, удалось устранить зависимость игры Пени от конкуренции двух серий (поисковых шаблонов) друг с другом. Удалось связать частоту обнаружения серии (в обыденном понимании - вероятность её выпадения) только с внутренней структурой искомой серии. И сделать частоту выпадения искомой серии независимой от других серий (поисковых шаблонов). В рамках этой версии правил игры Пенни, образуются частотные группы, и каждая искомая серия принадлежит одной частотной группе. Группы объединяют в себе серии по критерию частоты (“вероятности”) их выпадения в случайной бинарной последовательности. Каждая из таких групп имеет свою собственную частоту обнаружения принадлежащих ей серий (свою “вероятность” выпадения серий). Поэтому, выбирая принадлежность искомой серии, к какой либо группе, по критерию частоты выпадений, можно регулировать вероятность (в её обыденном понимании) обнаружения этой серии в случайной бинарной последовательности.

В данной статье приводятся некоторые первые результаты разрабатываемых техник нового поколения, управления частотой обнаружения бинарных серий, которые используют законы случайного образования ещё не выпавших серий. Приводятся расчёты важных узловых точек входа в последовательности распределений искомых серий.

Основная часть

Числовые характеристики структуры случайной бинарной последовательности зависят от числа её элементарных членов N. Основными формулами для численных расчётов элементов структуры являются: формула расчёта составных событий $^{n}S(N)$, [2, 3, 4, 6] и формула расчёта цуг $^{n}C(N)$ [2, 3, 5, 7]. И составные события $^{n}S(N)$, и их цуги $^{n}C(N)$ используются при расчёте чисел побед конкурирующих шаблонов в игре Пенни. Принципы расчёта применимы для конкурирующих шаблонов любой длины. Для демонстрации принципов и сокращения числа рассчитываемых вариантов в работе [8] был дан расчёт чисел побед в игре Пенни с длиной шаблонов в два элементарных события. В таблице 7 работы [8] даны формулы расчёта чисел побед в парах конкурирующих шаблонов. В диагонали таблицы 7 ([8]), были размещены формулы расчёта чисел встреч шаблонов, которые ищутся без всякой конкурирующей пары. По этим формулам рассчитывается, сколько раз в последовательности из N событий встретится каждый из шаблонов, который ищется независимо от всех других шаблонов. Формулы для расчёта численностей таких одиночных поисковых шаблонов оказались важны для расчёта конкурирующих шаблонов. Для классической длины серий (три элементарных события) формулы были выведены в работе [9]. В виду важности раздельного поиска шаблонов напомним, что это.

Раздельный поиск шаблонов. При раздельном поиске шаблонов по правилам игры Пенни в случайной бинарной пос-ти F0,5(N) ищут шаблон только одного вида. Например, в пос-ти «1101000110101000101000 000011» ищется шаблон «000». В примере подчёркнуты четыре пос-ти из нулей, которые совпадают с поисковым шаблоном «000». Искомый шаблон «000» найден по правилам игры Пенни четыре раза. Причём числа элементарных событий между выпадением двух шаблонов «000» … «000» разные. Так во фрагменте пос-ти «000110101000» между выпадением двух шаблонов «000» …

«000» расположены семь элементарных бинарных событий (эл). В фрагменте «000101000» между выпадением шаблонов «000» … «000» три эла. В фрагменте «000 000» между шаблонами «000» … «000» ноль эл.

Приведённый пример поясняет графики рисунка 1. Графики показывают зависимость поисковых шаблонов, искомых поодиночке по правилам Пенни, от числа элементарных событий выпадающих между шаблонами одного вида. По оси «X» рисунка 1 отложены количества бинарных элементарных событий (эл) выпавших между двумя поисковыми шаблонами. Так число ноль, на оси «X» соответствует выше рассмотренной ситуации для шаблона «000», а именно: «000 000». Число один на оси «X» соответствует: «0001000». Число два на оси «X» соответствует ситуации: «00011000». Число три соответствует ситуациям: «000101000» и «000111000», и т.д.

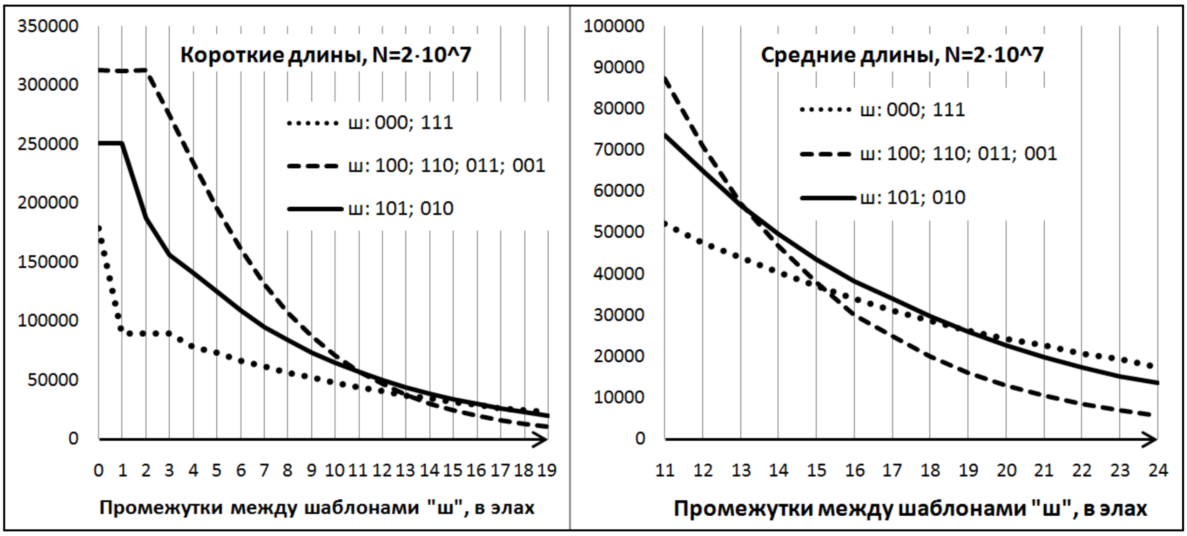

Рис. 1. Распределение эл между шаблоном одного вида,при поиске этого шаблона отдельно от других шаблонов

В масштабах рисунка 1 графики: «000» и «111» совпали. Так же совпали графики для: «100», «110», «011», «001». Совпали друг с другом и графики шаблонов: «101», «010». Поэтому, из-за совпадений перечисленных графиков, на рисунке 1 видны три линии отражающие распределение соответствующих поисковых шаблонов от числа элементарных событий, выпадающих между этими шаблонами, а не восемь графиков.

Из графиков рисунка 1 видно, что поисковые шаблоны (трёхбитовые ставки) в игре Пенни, не только встречаются в длинной (потоковой) пос-ти F0,5 с разными частотами, но и имеют разные скорости «затухания» [10]. Из внешнего вида этих графиков следует, что количество находимых шаблонов зависит от их вида. Меняя предсказания выпадения шаблона с одного вида на другой (например, с «000» на «110») мы меняем частоту выпадения шаблона. Например, искались комбинации «100», но по какимто причинам нужно уменьшить частоту угадываний искомых комбинаций, для этого поисковый алгоритм должен начать поиск шаблона «000», что приведёт к значительному сокращению выпадающих (находимых) серий.

Оставим в стороне рассмотрение связи частот угаданных серий для управления реальными физическими процессами, в которых выпадение серии выступает спусковой командой на физическое воздействие. Отметим лишь, что изменение частот угадывания (выпадения) серии достигающаеся путём замены одной искомой серии на другую, может быть использована для изменеие частоты физических реакций некоего устройства.

Для примера, используя теоремы составных событий и цуг [6, 7] выведем формулы рассчёта первых точек для всех трёх графиков представленных на рисунке 1.

Для нахождений первого значения каждого графика сделаем три расчёта: расчёт количества поискового шаблона в пос-ти из N событий; расчёт нулевых цуг, образованных данным видом поискового шаблона; расчёт первоначальных значений графиков рисунка 1.

1. *Расчёт количества поискового шаблона в пос-ти из N событий*. Поисковые шаблоны не являются составными событиями ${}^{n}S$ [2, 3, 4], и каждая группа поисковых шаблонов имеет свою формулу расчёта численности [10, стр. 14, таблица 6].

Шаблоны без инверсионной группы: «000»; «111», являются не составными событиями ${}^{n}S$, длинны n>2, а фрагментами ${}^{n}S$. Обозначим мат. ожидание для шаблонов этой группы («000»; «111»), символом

${}^{L}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$. Оно находится по формуле: ${}^{L=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} = \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{2^{L}-1}$, где L- число элементарных событий (длина) шаблона, [10, таблица 6]. Для F0.5($2\cdot10^{7}$): ${}^{L=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} = N/14$ = 1428571.

Группа шаблонов с одной инверсией содержит шаблоны: «001», «110», «100», «011» инверсия в которых являются границей между двумя составными событиями. Поэтому мат. ожидание числа каждого шаблона из этой группы рассчитывается по формуле: ${}^{\mathrm{n}=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} = N/2^{n}$, [10, таблица 6]. Для F0.5($2\cdot10^{7}$): ${}^{n=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} = N/8$ = $2{,}5\cdot10^{6}$.

Группа шаблонов с двумя инверсиями содержит шаблоны: «010», «101», которые являются единичными цугами или фрагментами единичных цуг [2-5]. Поэтому мат. ожидание числа каждого шаблона из этой группы рассчитывается по формуле: ${}^{w=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} = \frac{3\cdot N}{2^{w+2}-3+(-1)^{w+1}}$, [10, таблица 6]. Для F0.5($2\cdot10^{7}$): ${}^{w=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} = N/10$ = $2\cdot10^{6}$.

2. *Расчёт нулевых цуг.* Для пересчёта численности каждого шаблона из трёх групп в нулевые цуги ${}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*}$ [2-4] берём их мат. ожидания: ${}^{L=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$; ${}^{\mathrm{n}=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$; ${}^{w=3}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$ и подставляем в ф.1, [5, выкладка 6]:

$$ {}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*} = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} - \frac{{}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}}{2^{n}} = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} \cdot \frac{2^{n}-1}{2^{n}} \qquad \text{Ф.1} $$

3. *Расчёт начальных значений графиков рисунка 1.* Найдём величины значений графиков при X=0.

Эти величины соответствуют количествам границ между шаблонами внутри цуг из шаблонов.

Обозначим искомый шаблон - «***», а символом «|» - граница между шаблонами: «***|***». В цуге шаблонов «***|***|***|***» границ «|» будет на одну меньше, чем шаблонов «***» в цуге. Выпишем четыре первые цуги шаблона: «***»; «***|***»; «***|***|***»; «***|***|***|***». Замечаем, что в первой цуге, в которой содержится только один шаблон «***» нет ни одной границы «|», поэтому она не вносит вклада в значения при X=0.

Теорема «О числе стыков между шаблонами в цугах». Число стыков между соседними шаблонами одного вида внутри цуг из поисковых шаблонов равно числу шаблонов данного вида в последовательности из N случайных бинарных событий, делённым на два в степени n, причём степенью двойки n является число бинарных событий (бит) в шаблоне.

Доказательство. В цуге из w полуволн число стыков J между полуволнами на единицу меньше чем полуволн: J = w – 1. Иными словами: в цуге из w полуволн одна полуволна не имеет учитываемого стыка. Поэтому, число стыков J в каждой цуге ${}^{\mathrm{n}}C_{\mathrm{wN}}^{*}$ будет на единицу меньше и разность между: всеми полуволнами всех цуг и числом стыков J равна ${}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*}$ - числу всех цуг: $\sum_{\mathrm{w}=1}^{\infty} {}^{\mathrm{n}}C_{\mathrm{wN}}^{*} - J = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} - J = {}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*}$. То есть, в каждой цуге одна полуволна не имеет учитываемого стыка и число не учитываемых стыков равно ${}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*}$.

Следовательно, число стыков J равно разности между общим числом всех шаблонов данного вида ${}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$ и числом нулевых цуг ${}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*}$, образованных этими шаблонами. Учитывая, что: $J = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} - {}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*} = \frac{N}{2^{n+1}} - \frac{2^{n}-1}{2^{2n+1}}N$, [2-4] напишем ф.2.1:

$$ J = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} - {}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*} = \frac{N}{2^{2n+1}} = \frac{{}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*}}{2^{n}-1} = \frac{{}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}}{2^{n}} \qquad \text{Ф. 2.1} $$

Теорема доказана.

Рассчитаем по ф.2.1 численность событий в точке X=0, графиков рисунка 1 (мат. ожидания). Обозначим через $i0$ группу шаблонов без инверсий: «000»; «111» (не содержащих внутри себя инверсий): $J_{\mathrm{N}}^{i0} = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} \cdot \frac{1}{2^{n}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{2^{L}-1} \cdot \frac{1}{2^{n}}$ =178571. Обозначим через $i1$ группу шаблонов («001», «110», «011», «100») с одной инверсией внутри: $J_{\mathrm{N}}^{i1} = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} \cdot \frac{1}{2^{n}} = \frac{N}{2^{n}} \cdot \frac{1}{2^{n}} = \frac{N}{2^{2n}} = 312500$. Обозначим через $i2$ группу шаблонов («101», «010») с двумя инверсиями внутри каждого шаблона: $J_{\mathrm{N}}^{i2} = {}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*} \cdot \frac{1}{2^{n}} = \frac{3\cdot N}{2^{w+2}-3+(-1)^{w+1}} \cdot \frac{1}{2^{n}} = 250000$. Все рассчитанные значения хорошо совпадают с графиками рис.1.

Мы получили для графиков рисунка 1 принципиально важные входные значения. Далее, используя очевидные комбинаторные рассуждения и, опираясь на полученные числовые значения, можно рассчитать значение (мат. ожидание) для любой координаты X > 0.

Формула 2.2 описывает связь шаблонов ${}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$ пос-ти с числом нулевых цуг ${}^{\mathrm{n}}C_{0\mathrm{N}}^{*}$, образованных из них:

n□0N ∗ =nsN∗ −nsN∗ 2□=nsN∗ ·2□−12□ Ф.2.2

В случае работы с цугами из составных событий ${}^{n}S_N$ (например: «000 111 000»), а не с цугами из шаблонов ${}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$ (например: «101 101 101»), вместо числа стыков J между шаблонами ${}^{\mathrm{n}}\mathrm{s}_{\mathrm{N}}^{*}$, для составных событий ${}^{n}S_N$ можно говорить о числе инверсий I в цугах составных событий, ф.2.3:

$$I({}^{n}C_{0N}) = \frac{{}^{n}S_N}{2^n} \qquad \text{Ф.2.3}$$

Рассмотренные выше поисковые шаблоны в случае их раздельного (без конкурентного) поиска выпадают в случайной бинарной пос-ти с различной частотой. В таблице 1 перечислены все шаблоны Пенни и даны численности экспериментальных обнаружений этих шаблонов, при их раздельном (по одиночном) поиске в случайной бинарной пос-ти F0,5 состоящей из $N=2\cdot10^7$ случайных бинарных событий. В строке «Теория» даны мат. ожидания обнаружений шаблонов в F0,5($N=2\cdot10^7$). В строке «Формула» даны расчётные формулы мат. ожиданий, вывод этих формул представлен в работе [9]. В строке «Вывод формулы» указан номер каждой формулы в работе [9].

Таблица 1. Численность шаблонов в пос-ти F0,5($N=2\cdot10^7$)

Шаблон	«000»	«001»	«010»	«011»	«100»	«101»	«110»	«111»
Эксперимент	1428478	2498934	1999992	2500390	2498933	2001098	2500389	1429154
Теория	1428571	2500000	2000000	2500000	2500000	2000000	2500000	1428571
Формула	$N/14$	$N/8$	$N/10$	$N/8$	$N/8$	$N/10$	$N/8$	$N/14$
Эл на шаблон	14	8	10	8	8	10	8	14
Вывод формулы	13[9]	9.1[9]	10[9]	9.1[9]	9.1[9]	10[9]	9.1[9]	13[9]
Для сравнения даны параметры 8 шаблонов из модели Бернулли: $N/24$ - формула числа побед любого из 8 шаблонов по модели Бернулли; 834324 - число шаблона в пос-ти, 24 - среднее число эл на 1 шаблон в модели Бернулли.								

В строке, «Эл на шаблон» таблицы 1 рассчитаны средние числа случайных бинарных событий (эл) в бинарной последовательности F0,5($N=2\cdot10^7$), приходящиеся на один поисковый шаблон. Они говорят о том, что разные шаблоны, в случайных бинарных пос-тях, встречаются с разными частотами. Наиболее часто будут встречаться шаблоны Пенни, содержащие внутри себя одну инверсию и имеющие формулу расчета: $N/8$, на графиках рисунка 1, в точке X=0, их больше всего. Наиболее редко будут встречаться шаблоны Пенни, не содержащие внутри себя инверсий и имеющие формулу расчета: $N/14$, на графиках рисунка 1, в точке X=0, они составляют меньшинство.

Если во время работы поискового алгоритма сменить задать ему новый поисковый шаблон с другой частотой обнаружения, то произойдёт смена частот нахождений (угадываний) шаблонов. Меняя по очереди поисковые шаблоны, мы добиваемся удерживания средней частоты нахождений искомых серий в рамках заданной точности. Но возникает вопрос о том, как рассчитывать численность нескольких шаблонов при сохранении принципов их без конкурентного поиска, то есть, при их последовательном поиске.

Последовательный поиск шаблонов заключается в том, что, например, ищется шаблон (комбинация) «010» и только после его нахождения в пос-ти начинается поиск шаблона «000». В свою очередь, после нахождения шаблона «000» начинается поиск нового шаблона (комбинации) в случайной бинарной пос-ти, например: «100».

Разберём принципы такого поиска на конкретном примере, в котором последовательно, циклично, ищутся четыре шаблона: «000»; «010»; «100»; «011». После Обнаружения шаблона «011» начинается поиск шаблона «000». И так до окончания пос-ти F0,5(N=2·10^7). Введём для численностей искомых шаблонов следующие обозначения: $\mathrm{Shs}_{000} = \frac{N}{14}$; $\mathrm{Shs}_{010} = \frac{N}{10}$; $\mathrm{Shs}_{100} = \mathrm{Shs}_{011} = \frac{N}{8}$.

Для получения мат. ожиданий встреч шаблонов в пос-ти составим несложное уравнение, для решения которого будем выражать численность Shs_{000} и Shs_{010} через численность поискового шаблона Shs_{011}. Для этого выпишем отношения k_i указанных шаблонов к шаблону Shs_{011}, ф.3.0:

$$\frac{\mathrm{Shs}_{000}}{\mathrm{Shs}_{011}} = \frac{N}{14} : \frac{N}{8} = \frac{4}{7} = k_1; \quad \frac{\mathrm{Shs}_{010}}{\mathrm{Shs}_{011}} = \frac{N}{10} : \frac{N}{8} = \frac{4}{5} = k_2;$$
$$\frac{\mathrm{Shs}_{100}}{\mathrm{Shs}_{011}} = \frac{N}{8} : \frac{N}{8} = 1 \qquad \text{Ф. 3.0}$$

Перепишем полученные отношения в виде ф.3.1:

$$\mathrm{Shs}_{000} = k_1 \cdot \mathrm{Shs}_{011}; \quad \mathrm{Shs}_{010} = k_2 \cdot \mathrm{Shs}_{011}; \quad \mathrm{Shs}_{100} = \mathrm{Shs}_{011} \qquad \text{Ф. 3.1}$$

Особо отметим, что при последовательном поиске шаблонов, числа найденных шаблонов будут равны друг другу. Это объясняется тем, что каждый шаблон ищется столько же раз, сколько и предшествующий ему шаблон, то есть ровно столько же раз, как и любой другой. Вернее численность шаблонов может различаться на один, но при работе с длинными бинарными (потоковыми) пос-тями этим пренебрегают. Поэтому численности обнаруженных в пос-ти шаблонов равны. Обозначим эти численности при помощи символа «*» в равенстве ф.3.2:

$$\mathrm{Shs}^*_{010} = \mathrm{Shs}^*_{000} = \mathrm{Shs}^*_{100} = \mathrm{Shs}^*_{011} \qquad \text{Ф. 3.2}$$

Написав равенство 3.2, мы помним, что при раздельном поиске каждого шаблона действует равенство 3.1. Равенства 3.1 и 3.2 можно объединить в одно равенство ф.3.3:

$$\frac{\mathrm{Shs}^*_{000}}{\mathrm{Shs}^*_{011}} = \frac{k_1 \cdot \mathrm{Els}^*_{000}}{\mathrm{Els}^*_{011}} = \frac{\mathrm{Shs}^*_{010}}{\mathrm{Shs}^*_{011}} = \frac{k_2 \cdot \mathrm{Els}^*_{010}}{\mathrm{Els}^*_{011}} = \frac{\mathrm{Shs}^*_{100}}{\mathrm{Shs}^*_{011}} = 1 \qquad \text{Ф. 3.3}$$

Выразим величины элементарных событий приходящихся на шаблоны Els^*_{000}, Els^*_{010}, Shs^*_{100} через число элементарных событий (эл) шаблона «011», ф.3.4:

$$\mathrm{Els}^*_{000} = \mathrm{Els}^*_{011}/k_1; \qquad \mathrm{Els}^*_{010} = \mathrm{Els}^*_{011}/k_2; \quad \mathrm{Shs}^*_{100} = \mathrm{Els}^*_{011} \qquad \text{Ф. 3.4}$$

Отметим, что равенство ф. 3.4 возможно, так как сумма элементарных событий, приходящихся на шаблон каждого вида, равна числу событий N случайной бинарной последовательности, в которой последовательно ищутся шаблоны, ф. 3.5:

$$\mathrm{Els}^*_{010} + \mathrm{Els}^*_{000} + \mathrm{Els}^*_{100} + \mathrm{Els}^*_{011} = \mathrm{N}; \qquad \text{Ф. 3.5}$$

Учитывая ф. 3.4, перепишем равенство ф. 3.5 в виде ф. 3.6:

$$\mathrm{Els}^*_{011}/k_1 + \mathrm{Els}^*_{011}/k_2 + \mathrm{Els}^*_{011} + \mathrm{Els}^*_{011} = \mathrm{N} \qquad \text{Ф. 3.6}$$

Используя коэффициенты из ф. 3.1, перепишем ф. 3.6 в виде ф. 3.7:

$$\mathrm{Els}^{*}_{011} \cdot (1/k_1 + 1/k_2 + 2) = N \qquad \text{Ф. 3.7}$$

Подставив значения коэффициентов k_i из ф. 3.0 в ф. 3.7, получаем: $\mathrm{Els}^{*}_{011} \cdot (7/4 + 5/4 + 8/4) = N$. Отсюда находим мат. ожидание числа элементарных событий на обнаружение шаблонов «011» при их последовательном поиске с другими вышеперечисленными шаблонами: $\mathrm{Els}^{*}_{011} = \frac{4N}{20} = 4000000$.

В ф. 3.4 мы выразили численности элементарных событий, которые пришлись на обнаружение в пос-ти шаблонов других видов, через число шаблонов Els^{*}_{011}. Используя отношения из ф. 3.4, рассчитаем численности элементарных событий, приходящиеся на все найденные шаблоны пос-ти определённого вида: $\mathrm{Els}^{*}_{010} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{011}}{k_2} = 5000000$; $\mathrm{Els}^{*}_{000} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{011}}{k_1} = 7000000$; $\mathrm{Els}^{*}_{100} = \mathrm{Els}^{*}_{011} = 4000000$.

В таблице 1 приведены формулы расчётов средних значений $\overline{\mathrm{Els}}$ элементарных событий приходящихся на один шаблон искомого вида и сами средние значения: $\overline{\mathrm{Els}}^{*}_{011} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{011}}{\mathrm{Shs}^{*}_{011}} = 8$; $\overline{\mathrm{Els}}^{*}_{000} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{000}}{\mathrm{Shs}^{*}_{000}} = 14$; $\overline{\mathrm{Els}}^{*}_{010} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{010}}{\mathrm{Shs}^{*}_{010}} = 10$. Воспользуемся ими для расчёта мат. ожиданий численностей искомых последовательным способом шаблонов: $\mathrm{Shs}^{*}_{011} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{011}}{8} = \frac{4000000}{8} = 500000$;

$\mathrm{Shs}^{*}_{000} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{000}}{14} = 500000$; $\mathrm{Shs}^{*}_{010} = \frac{\mathrm{Els}^{*}_{010}}{10} = 500000$.

Сравним результаты проведённого теоретического расчёта с экспериментально полученными величинами в пос-ти F0,5(N=2·10^7): найдено шаблонов: Shs^{*}_{010} = 500344; Shs^{*}_{000} = 500344; Shs^{*}_{100} = 500344; Shs^{*}_{011} = 500344. Сумма шаблонов: $\mathrm{Shs}^{*} = \mathrm{Shs}^{*}_{000} + \mathrm{Shs}^{*}_{010} + \mathrm{Shs}^{*}_{100} + \mathrm{Shs}^{*}_{011}$ = 2001376. Сумма элов на момент обнаружения последнего искомого шаблона в F0,5(N=2·10^7): $\mathrm{Els}^{*} = \mathrm{Els}^{*}_{010} + \mathrm{Els}^{*}_{000} + \mathrm{Els}^{*}_{100} + \mathrm{Els}^{*}_{011}$ = 19999979. Суммарное число эл, включая элы самого шаблона (в скобочках указано среднее число эл на один шаблон): Els^{*}_{010}= 5000172 (9,99); Els^{*}_{000} = 7007015 (14,00); Els^{*}_{100} = 3992027 (7,98); $\overline{\mathrm{Els}}^{*}_{011}$= 4000765 (8,00).

Рассчитаем среднее число эл приходящихся на один обнаруженный шаблон. Для этого разделим число задействованных элементарных событий (эл) - Els^{*} на число найденных шаблонов - Shs^{*} : $\mathrm{Els}^{*} / \mathrm{Shs}^{*}$ =19999979 / 2001376 = 9,99 (эл/шаблон). Полученный в результате комбинаций четырёх шаблонов результат ($\mathrm{Els}^{*} / \mathrm{Shs}^{*}$) совпал бы с результатом от применения любого шаблона из группы шаблонов с двумя внутренними инверсиями («101»; «010»). Очевидно, что комбинирую между собой поисковые шаблоны с разными величинами $\mathrm{Els}^{*} / \mathrm{Shs}^{*}$, мы получаем возможность управлять средним числом эл приходящихся на один обнаруживаемый шаблон в диапазоне величин от 8 до 14. Напомним, по сформированным классической комбинаторикой интуитивным ожиданиям, нельзя управлять частотой угадываний серий одинаковой длины.

Полученные результаты говорят о том, что не нужен поиск определённого запускающего события, после которого начинается отсчитываться численность эл до появления поискового шаблона. С любого произвольного случайного эла можно начинать отсчёт эл до появления поискового шаблона. То есть, численность находимых шаблонов не зависит от вида запускающего шаблона (события), а зависит только от вида самого искомого шаблона и длины последовательности, в которой он ищется.

Обсуждение

Выше было показано, что можно управлять частотами выпадений (обнаружений) серий одинаковой длины: «000»; «001»; …; «111». Управляемая частота выпадений этих комбинаций является следствием правил, по которым производится фиксация (распознавание) выпадения той или иной серии. Эти правила распознавания являются изменёнными правилами игры Пенни. В изменённых правилах игры нет конкуренции шаблонов между собой, а ищется один определённый шаблон. Интересно обсудить результаты игры Пенни не с двумя шаблонами, а с восьмью и семью шаблонами, которые представлены в таблице 2. В столбце 1 таблицы 2 представлены все восемь возможных поисковых комбинаций (шаблонов) на длине три разряда (2^3). В остальных столбцах таблицы представлены формулы, по которым рассчитываются мат. ожидание числа обнаружения соответствующего поискового шаблона в случайной последовательности из N бинарных событий.

Таблица 2. Игра Пенни с 8-ю и 7-ю конкурирующими шаблонами

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

000	N / 24	---	N / 25	N / 25	N / 25	**3N / 50**	N / 25	N / 25	N / 26
001	N / 24	**N / 13**	---	N / 25	N / 25	**3N / 50**	N / 25	N / 25	N / 26
010	N / 24	N / 26	**3N / 50**	---	N / 25	N / 25	**3N / 50**	N / 25	N / 26
011	N / 24	N / 26	**3N / 50**	N / 25	---	N / 25	**3N / 50**	N / 25	N / 26
100	N / 24	N / 26	N / 25	**3N / 50**	N / 25	---	N / 25	**3N / 50**	N / 26
101	N / 24	N / 26	N / 25	**3N / 50**	N / 25	N / 25	---	**3N / 50**	N / 26
110	N / 24	N / 26	N / 25	N / 25	**3N / 50**	N / 25	N / 25	---	**N / 13**
111	N / 24	N / 26	N / 25	N / 25	**3N / 50**	N / 25	N / 25	N / 25	---
Σ	N / 3	4 N /13	16 N/ 50	16 N/ 50	16 N/ 50	16 N/ 50	16 N/ 50	16 N/ 50	4 N /13
N / Σ	3	3, 25	3,1 25	3,1 25	3,1 25	3,1 25	3,1 25	3,1 25	3, 25

В столбце 2 представлены формулы для расчётов числа побед в игре Пенни с восемью конкурирующими шаблонами. В этой игре (с 8-ю конкурирующими шаблонами) вероятности выигрыша у всех шаблонов одинаковы, и победа любого из шаблонов является действительно случайной. Причём, число побед в игре Пенни с 8-ю любого шаблона становится равной числу обнаружений этого же шаблона для комбинаторной раскладки Бернулли, смотри таблицу 1.

В нижней строке таблицы 1 дана численность шаблонов при их комбинаторном поиске по методу Бернулли: $\frac{N}{24} = \frac{N}{3(el)} \cdot \frac{1}{8}$. Для получения числа попыток угадывания по правилам Бернулли число элементарных событий случайной бинарной пос-ти N делится на число разрядов элементарного поискового шаблона $N/3(el)$: $2 \cdot 10^7$ / 3 = 666667. Так как на трёх разрядах возможны восемь равновероятных комбинаций, то полученный результат делится на восемь: 6666667 / 8 = 833333. Полученное число $N/24$, и есть мат. ожидание обнаружений шаблона искомого по модели Бернулли в пос-ти из N элементарных событий.

При поиске одной конкретной комбинации, например «100», в качестве поисковой стратегии лучше принять стратегию «скользящего окна», она обнаружит в пос-ти F0,5(N=$2 \cdot 10^7$): $N/8$ = 2500000 комбинации «100», против 834324, по поисковой стратегии Бернулли ($N/24$).

В столбцах 3 - 8 таблицы 2 показаны формулы для расчёта мат. ожиданий обнаружений семи конкурирующих друг с другом поисковых шаблонов. В строке «Σ», таблицы 2, приведены суммы по каждому столбцу. Позиция отсутствующего восьмого шаблона в столбцах обозначена: «---». Из этих данных видно, что и суммарная численность найденных шаблонов зависит от того, какой поисковый шаблон (не) отсутствует. От отсутствия того или иного поискового шаблона зависит не только общая численность находимых шаблонов, но и конкретно численность каждого из оставшихся семи шаблонов. Жирным шрифтом в таблице 2 выделены наибольшие численности мат. ожиданий при отсутствии того или иного шаблона.

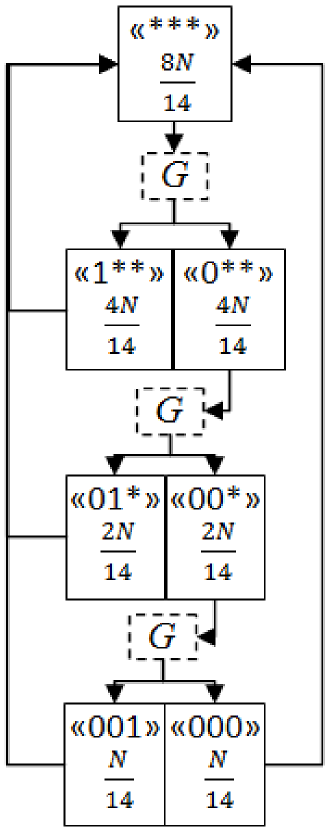

Рис. 2. ПАО (000)

Академик Колмогоров измерял алгоритмическую сложность пос-ти длиной программы, которой можно создать эту пос-ть. Сложность поискового алгоритма так же зависит от сложности искомой пос-ти. Для обнаружения алгоритмически более сложных пос-тей требуются более сложные поисковые алгоритмы. Рассмотрим поиск одинарных шаблонов «000», «101», «110», «011» из таблицы 1, с точки зрения поисковых алгоритмов.

На рис. 2 дана логическая схема поискового алгоритма обнаружения (ПАО) без конкурентного шаблона «000» - ПАО(000). Буквой N обозначено число элементарных событий случайной бинарной пос-ти. В скобочках даны логические состояния, которые возникают как результат анализа поисковым алгоритмом ПАО текущих трёх элементарных событий внутри поискового окна.

Логическое состояние «***» - ЛС(***) на рис. 2 означает, что в поисковом окне нет ни одного элементарного события, а это значит, что поиск ещё не начинался, или, что было обнаружен искомый шаблон «000», либо было достигнуто логическое состояние несовместимое с построением «000». Поисковое окно очищено от всех эл. Мат. ожидание числа таких ситуаций рассчитывается по формуле: $8N/14$.

Прямоугольники с символом «G», на рис. 2 обозначают генерацию случайных элементарных бинарных событий (эл). В результате генерации случайным образом появляется: либо бинарный ноль «0» либо бинарная единица «1».

Если после логического состояния «***», рис. 2, сгенерировался «0», то этот «0» логически воспринимается как «0» из первой позиции поискового окна: «0**». За этим «0», в поисковом окне, остаются ещё две позиции «**», в которых пока нет ничего. В случае если сгенерировалась «1», то она никак не может быть членом искомого шаблона «000», поэтому это событие бесполезно для обнаружения шаблона «000». Поисковый алгоритм выбрасывает «1» из скользящего окна и снова возвращается в логическое состояние «***». На рисунке 2 мат. ожидание числа логических ситуаций: «0**», в пос-ти из N подбрасываний монеты равно: $4N/14$ - в два раза меньше числа логических ситуаций «***». Из логической ситуации «0**» возможно два исхода, после акта генерации – G, случайного эла. При первом исходе за нулём в половине случаев выпадет опять ноль: «00*» - $2N/14$ случая. При втором исходе за нулём в другой половине случаев выпадет единица: «01*» - $2N/14$ случая. Логическую ситуацию «01*» поисковый алгоритм (рис. 2) воспринимает как бесперспективную, с точки зрения получения из неё шаблона «000». Поэтому из поискового окна удаляются все элы, и происходит возвращение в логическую ситуацию «***».

Так как число логических ситуаций «00*» рассчитывается по формуле: $2N/14$, то после генерации случайного эла, в половине случаев выпадет «0»: $N/14$. Что означает обнаружение поисковым алгоритмом искомого шаблона «000» в бинарной пос-ти из N эл, смотри таблицу 1. После чего возникает логическое состояние «***».

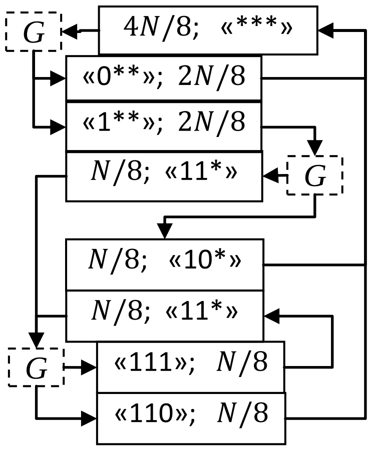

Рис. 3. ПАО(110)

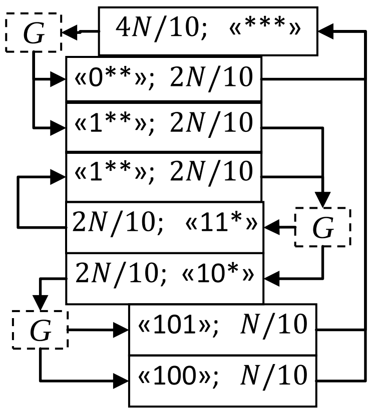

Рис. 4. ПАО(101)

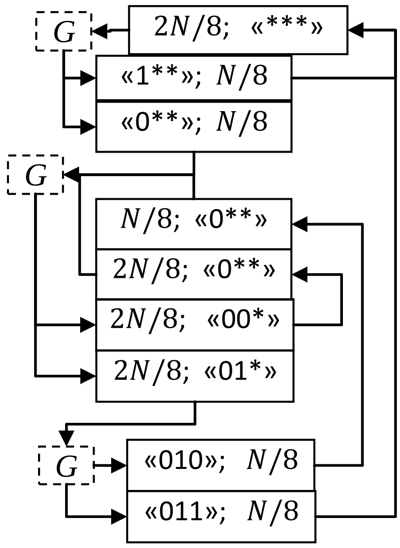

Рис. 5. ПАО(011)

Логические схемы поисковых алгоритмов обнаружений без конкурентных шаблонов: «110», «101», «011» даны на рисунках 3, 4, 5. Правила работы с этими логическими схемами аналогичны с правилами для схемы рисунка 2, справочные данные для них так же находятся в таблице 1.

Приведённые логические схемы (рис.: 2-5) демонстрируют логические состояния поисковых алгоритмов. При сравнении этих схем видно, что разные поисковые шаблоны выпадают с разными частотами. На первый взгляд это нарушает формулу Бернулли, но на самом деле нет никакого нарушения. Формула Бернулли верна для модели Бернулли, а разные частоты шаблонов проявляются при поисковых моделях типа игры Пенни.

Отметим отношения численностей логических состояний: ПАО(000): «***»/«000»=8; ПАО(110): «***»/«110»=4; ПАО(011): «***»/«011»=2; ПАО(101): «***»/«101»=4;

Алгоритм выравнивания частот встреч ПАО(000). Завершим рассмотрение алгоритмов управления частотами встреч поисковых шаблонов в случайной бинарной последовательности рассмотрением алгоритма ПАО(000), который делает частоту встреч разных серий в пос-ти одинаковой. Этот алгоритм рассматривался ранее как поисковый алгоритм шаблона «000», рис. 2. Но если его применять к любому для любого из восьми базовых шаблонов пенни, то он уровняет частоты их встреч в F0.5(N). Алгоритм ПАО(000) действует по следующему поисковому правилу: из исходного состояния (ИС) предсказывается выпадение первого значения в серии; в случае не угадывания - переход в ИС, в случае угадывания – делается предсказание о выпадении второго события серии; в случае не угадывания - переход в ИС, в случае угадывания – делается предсказание о выпадении третьего события серии; независимо от исхода переход в ИС. При этих правилах поиска среднее число предсказанных элементарных событий (эл) на одну угаданную серию равно восьми: «***»/«Серия»=8, что соответствует модели Бернулли.

Связь между поисковыми шаблонами в алгоритме ПАО(000), рис. 2 и составными событиями. Нулевая цуга из пространства составных событий ${}^3C_0(SS)$ равна в пространстве шаблонов (спектров) первой цуге любого из восьми возможных шаблонов ${}^3C_1(Sh)$ в поисковом алгоритме ПАО(000), рис. 2, ф. 4.1:

3□0(□□)=3□1□h=2□−122□+1□ Ф.4.1

Число составных событий ${}^nS(N)$ из пространства составных событий (SS), равно числу нулевых цуг ${}^3C_0$ из пространства шаблонов (Sh) в поисковом алгоритме ПАО(000), рис. 2, для любого из восьми шаблонов, ф. 4.2:

$$^{n=3}S(N) = {}^{n=3}C_0(S\text{h}) = \frac{N}{2^{n+1}} \qquad Ф.4.2$$

Заодно отметим ещё одно интересно соотношение между составными событиями ^{n}S (в пространстве SS) – произведение составных событий ^{n}S моды n на первую цугу $^{n}C_1$ этой же моды, равно квадрату нулевых цуг $(^{n}C_0)^2$ этой моды, ф. 4.3:

$$^{n}S \cdot {}^{n}C_1 = (^{n}C_0)^2 \qquad Ф.4.3$$

Действительно: $^{n}S \cdot {}^{n}C_1 = \frac{N}{2^{n+1}} \cdot \left(^{n}C_0 \cdot \frac{2^n - 1}{2^n}\right) = {}^{n}C_0 \cdot \frac{2^n - 1}{2^{2n+1}} N = (^{n}C_0)^2$.

Из полученного результата, формально, получаем две численности цуг (положительную и отрицательную) в пространстве составных событий: $^{n}C_0 = \pm\sqrt{^{n}S \cdot {}^{n}C_1}$, и, возникает традиционный вопрос для подобных ситуаций, о смысле отрицательного зеркального решения: $^{n}C_0 = -{}^{n}S \cdot {}^{n}C_1$.

Пос-ть случайных бинарных событий (выпадений монеты) до сих пор воспринималась как абсолютно устойчивая, к различным алгоритмам угадывания, сущность. Широко растиражировано, как мы видим, ошибочное мнение, что любые ухищрения в алгоритмах предсказывания или обнаружения совершенно бесполезны при работе с случайной бинарной пос-тью F0,5. Величайшие открытие современности в теории вероятностей – игра Пенни, ввела в шоковое состояние людей, разделяющих позиции невозможности влияния на результаты выпадений монеты. Полвека понадобилось на то, что бы понять, что результаты полученные от процесса подбрасывания монеты зависят от правил учёта и обнаружения выпадающих серий монет, и что теория относительности (в обывательском её понимании – всё в мире относительно) властвует и в судьбоносной цитадели - подбрасывании монеты…

Выводы

В работе проведён расчет важных узловых точек входа, на графиках удалений друг от друга серий Пенни, как функции от числа событий последовательности N.

Доказана теорема «О числе стыков между шаблонами в цугах» и выведена формула расчётов числа стыков между шаблонами.

Дан пример расчёта мат. ожидания числа обнаруживаемых шаблонов обладающих разной частотой обнаружения, при их поочерёдной замене. Комбинации чередующихся шаблонов обладающих разными частотами обнаружения позволяют произвольно управлять числом выпавших серий (вероятностью выпадения серий).

Представлены формулы расчёта мат. ожиданий числа побед в игре Пенни с восемью уникальными и семью уникальными конкурирующими между собой шаблонами.

Приведены логические схемы поисковых алгоритмов, наглядно показывающие, почему в случайных бинарных последовательностях существуют группы шаблонов с разной частотой выпадения (разной вероятностью выпадения).

Также дана логическая схема поискового алгоритма, при применении которой обеспечивается равная вероятность обнаружения всех шаблонов Пенни в случайной бинарной последовательности. Применение этого поискового алгоритма позволяет найти в случайной бинарной пос-ти большее число (количество) искомых серий одного вида ($N/14$), чем поиск этой же серии по модели Бернулли ($N/24$).

Показаны возможности математического аппарата «Комбинаторики длинных последовательностей» для расчёта различных параметров длинной случайной бинарной последовательности. Показана формальная возможность существования «зеркальных» отрицательных цуг составных событий.

Список литературы / References

1. *Филатов О.В*. Статья «Техника управления вероятностью обнаружения элементарных событий - «0», «1» (аналоги сторон монеты) через псевдозапутывание случайных последовательностей по правилам парадоксальной игры Пенни», «Проблемы современной науки и образования», 2017 г. № 10 (92). С. 10–18.
2. *Филатов О.В., Филатов И.О., Макеева Л.Л. и др.* «Потоковая теория: из сайта в книгу». Москва. «Век информации», 2014. С. 200.
3. *Филатов О.В., Филатов И.О.* «Закономерность в выпадении монет – закон потоковой последовательности». Германия, Издательский Дом: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2015. С. 268.
4. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности», «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 5 (95). С. 226–233.

5. *Филатов О.В., Филатов И.О.* Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение)», «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. № 6 (96). С. 236-245.
6. *Филатов О.В.* Статья «Теорема «Об амплитудно-частотной характеристике идеальной бинарной случайной последовательности». «Проблемы современной науки и образования», 2015 г. № 1 (31). С. 5–11.
7. *Филатов О.В.* Статья «Доказательство теоремы: «Формула для цуг из составных событий, образующих случайную бинарную последовательность», журнал «Проблемы современной науки и образования / Problems of modern science and education», 2017. № 20 (102). С. 6-12.
8. *Филатов О.В.* Статья «Количественный расчёт результатов парадоксальной игры Пенни (управляемая вероятность выпадений серий монеты) на ставках минимальной длины», «Проблемы современной науки и образования», 2017 г. № 17 (99). С. 6–19.
9. *Филатов О.В.* Статья «Расчёт численностей поисковых шаблонов в парадоксе Пенни», «Проблемы современной науки и образования». № 11 (41), 2015 г.
10. *Филатов О.В*. Статья «Managed probability of Penny series against classical probability series of equal length. Not a typical conversion Mises. / Управляемая вероятность выпадения серий Пенни против классической вероятности выпадения серий равной длины. Не типичное преобразование Мизеса», журнал «Проблемы современной науки и образования / Problems of modern science and education». № 29 (71), 2016 г. С. 6-18.