ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

Тулегенова О.Е. Email: Tulegenova17103@scientifictext.ru

Тулегенова Орынша Елеусизовна - ассистент профессора,
факультет общего строительства,
Казахская головная архитектурно-строительная академия, г. Алматы, Республика Казахстан

Аннотация: *в данной работе рассматривается потеря устойчивости пологих железобетонных оболочек покрытий с образованием одиночных вмятин. Представлены результаты расчета на устойчивость пологой железобетонной оболочки, имеющей в плане форму эллиптического параболоида. В этом случае с увеличением отношений радиусов кривизны, критическая нагрузка увеличивается, а размеры вмятины и прогибы в центре вмятины уменьшаются, т.е. при минимальной критической нагрузке увеличиваются размер вмятины и значения прогибов оболочки.*
Ключевые слова: *потеря устойчивости, геометрическая нелинейность, оболочек покрытий, вмятина, прогиб.*

USAGE OF GEOMETRICAL NONLINEARITY IN THE RESEARCH OF SHALLOW SHELLS

Tulegenova O.E.

Tulegenova Orynsha Eleusizovna – Assistant Professor,
DEPARTMENT OF GENERAL CIVIL ENGINEERING,
KAZAKH LEADING ACADEMY OF ARCHITECTURE AND CIVIL ENGINEERING,
ALMATY, REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

Abstract: *in this paper, the loss of reinforced concrete shallow shells roofing stability with the formation of single indents is considered. The results of calculation for the stability of reinforced concrete shallow shells that has an elliptical paraboloid shape on the plan are presented. In this case, as the ratio of the radii of curvature increases, the critical load increases, and the sizes of the indents and deflections in the center of the indent are decreased, i.e. with a minimum critical load, the size of the indent and the values of the deflections of the shell are increased.*
Keywords: *loss of stability, geometric nonlinearity, roof shells, indent, deflection.*

УДК 624.074.4.04

Для тонкостенных конструкций в процессе их эксплуатации возможна потеря устойчивости равновесных форм, поэтому большое внимание в строительной практике уделяется вопросу устойчивости оболочек покрытий, так как именно в процессе потери устойчивости и последующей деформации этих конструкций во многих случаях исчерпывается их несущая способность. Мировая практика показывает, что 45% разрушений тонкостенных конструкций происходит по причине потери устойчивости. Многочисленные экспериментальные данные отмечают первоначально не полную, а местную потерю устойчивости, которая в дальнейшем может охватить достаточно большую площадь и привести к разрушительным последствиям [1].

Выражение полной потенциальной энергии на основании теории упругих гибких пологих оболочек и теории тонких стержней Кирхгофа-Клебша имеет вид:

$$Э=\sum V_i^{об}+\sum V_i^{p}+\sum V_i^{k}-\sum A_i^{об}-\sum A_i^{k}-\sum A_i^{p} \quad ,$$

где $V_i^{об}$, V_i^{p}, $V_i^{к}$ - соответственно потенциальные энергии деформации

I-го участка оболочки, ребра и элемента контура;

$A_i^{об}$, $A_i^{к}$, A_i^{p} - потенциалы внешних сил, распределенных по тем же участкам оболочки, контура и ребрам жесткости [2].

Функционал энергии представлен в виде суммы энергий всех гладких прямоугольных подобластей и участков ребер, окаймляющих их. Гладкие панели оболочки между ребрами имеют различные физико-геометрические характеристики, постоянные в пределах каждой панели.

Учет дискретного расположения ребер и отдельных элементов контура производится введением дельта-функции Дирака

$$\delta(x)=\begin{cases}0, если\ x\neq x_i\\ 1, если\ x=x_i\end{cases}$$

Полагая, что оболочка состоит из области, где возможны изломы поверхности, кривизны оболочки можно представить следующем образом [3].:

$$K_1=K_{11}+\sum_{i=2}(K_{1i=1}-K_{1i})\varGamma_o(x-x_i)$$

$$K_2=K_{21}+\sum_{\zeta==2}(K_{2\zeta+1}-K_{2\zeta})\varGamma_o(y-y_o),$$

где единичная функция Хевисайда $\varGamma_0(x-x_i)=0$, если $x=x_i$ или 1, если $x>x_i$.

Геометрическая нелинейность учитывается следующим слагаемым:

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x}-k_1w+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2;\qquad \varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial y}-k_2\cdot w+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2;\quad \gamma_{xy}=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y},$$

где u, v, w - компоненты смещений точек срединной поверхности, $k_1=1/R_1$, $k_2=1/R_2$ – главные кривизны оболочки, R_1, R_2 – радиусы кривизны главных линий.

Потенциальная энергия деформации для гладкой оболочки на I-ом участке складывается из энергии деформации срединной поверхности и энергии изгиба, т.е.

$$V_i^{об}=\left(V_i^{об}\right)_{ср}+\left(V_i^{об}\right)_{изг},$$

где $\left(V_i^{об}\right)_{ср}$ - энергия деформации срединной поверхности,

а $\left(V_i^{об}\right)_{изг}$ - энергия деформации изгиба.

Изучение несущей способности оболочек, прямоугольных в плане, для которых отношения радиус кривизны $K_1/K_2>5$ показало, что в результате загружения при q/q_p, начиная с 0,63, где q_p – разрушающая нагрузка, а q – заданная нагрузка, образуется эллиптическая схема излома оболочки, максимальные значения прогибов оболочки соответственно напряженному состоянию, приходятся на среднюю зону поля и в предельном состоянии приводят к изменению формы оболочки, сопровождаемому хлопком. Полученная схема излома названа эллиптической, поскольку образуемые контуры излома поля имеют в плане очертания концентрических эллипсов, поэтому в данной работе исследуется потери устойчивости с образованием одиночных вмятин эллиптического контура. Рассмотрение вопроса устойчивости в такой постановке вызвано тем обстоятельством, что применяемые в строительной практике пологие оболочки – оболочки переноса, главные радиусы кривизны которых различаются в 5 – 10 раз [4-5].

В данной работе рассмотрены пологие оболочки при K_1/K_2, изменяющиеся от 1 до 10. При соотношении кривизны, равном 1, эллиптическая вмятина переходит в круговую.

Предполагаем, что при некотором значении равномерно распределенной нагрузки в оболочке появляется вмятина в форме эллипса, с уравнением контура

$$1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y}{в^2}=0,$$

где а, в – главные радиусы эллипса.

Обозначая следующие соотношения $c=a/l_1=в/l_2$, где l_1, l_2 – размеры оболочки в плане, уравнение контура можно записать в виде:

$$C^2-(x^2-y^2)=0$$

Примем, что по контуру вмятины выполняются условия полного защемления

$$U=V=W=\frac{\partial W}{\partial x}=\frac{\partial W}{\partial y}=0,$$

где U, V, W – компоненты перемещения в направлении осей x, y, z.

Используя разложение неизвестных функций перемещений в ряды, интегрируя по области вмятин, получаем функционал полной энергии системы, выраженный через параметры U_o, V_o, W_o и параметр с, который характеризует размер вмятин. Варьируя эти параметры, получаем систему уравнений, где неизвестными являются размеры вмятин и прогибы. Введем следующие безразмерные величины:

$$q^0 = \frac{qR_2^2}{Eh^2}\ ;\ g = \frac{c^2}{R_2 h}\ ;\ \lambda = \frac{R_2}{R_1},$$

R_2, R_1 – главные радиусы кривизны оболочки.

Сделан расчет на устойчивость пологой железобетонной оболочки, имеющей в плане форму эллиптического параболоида.

В таблице 1 приведены некоторые значения параметров нижних критических нагрузок, размеров вмятин и прогиба в центре вмятины W_o в зависимости от соотношения радиусов кривизны для гладкой оболочки.

Таблица 1. Параметры нижних критических нагрузок

λ	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
q^0	0,500	0,552	0,675	0,745	0,801	0,846	0,882	0,911	0,935	0,956
g	5,98	3,44	2,61	2,7	2,77	2,82	2,86	2,9	2,92	2,93
W_o	5,27	5,10	4,28	4,38	4,43	4,46	4,48	4,49	4,5	4,51

Из таблицы видно, что с увеличением отношений радиусов кривизны, критическая нагрузка увеличивается, а размеры вмятины и прогибы в центре вмятины уменьшаются. Наиболее опасный случай соответствует сферической оболочке, когда $\lambda = 1$. В этом случае при минимальной критической нагрузке увеличиваются размер вмятины и значения прогибов оболочки [4].

Список литературы / References

1. *Вольмир А.С.* Устойчивость упругих систем. М. Госиздат. физ.–мат., 1963 г.
2. *Колкунов Н.В.* Основы расчета упругих оболочек. М. Изд. «Высшая школа», 1972 г.
3. *Безухов Н.И.* Основы теории упругости, пластичности и ползучести, М. Изд. «Высшая школа», 1969 г.
4. *Никереев В.М., Шадурский В.Л.* Практические методы расчета оболочек. М. Изд «Строительство»,1966 г.
5. *Достанова С.Х.* Исследование устойчивости пространственных систем. Сб. науч. тр. АлИИТ «Прочность материалов и конструкций», 1993 г.