

Доказательство Великой теоремы Ферма Максимов С. И.

Максимов Сергей Иванович/Maksimov Sergey Ivanovich - пенсионер, г. Чайковский

Аннотация: Уайлс доказал Великую теорему Ферма на 130 страницах. По мнению некоторых известных математиков, это доказательство «крайне абстрактно». Эту теорему можно доказать на уровне знаний средней школы и значительно меньшим объемом доказательств.

Abstract: Wiles proved Fermat's Great theorem on 130 pages. According to some well-known mathematicians, this proof is «very abstract». This theorem can be proved on the level of knowledge of secondary school and significantly smaller volume of evidence.

Ключевые слова: развернутый «треугольник Паскаля», ряд суммирований, свойство соразмерности, разложение, интервал, последовательность, количественная характеристика, порядковая характеристика.

Keywords: expanded «Pascal's triangle», a number of summirovanii, the property of proportionality, decay, interval, sequence, quantitative characterization, sequence feature.

Доказательство

$n \cdot n \cdot n$

Равенство $A = C - B$ возможно при условии

$n \cdot n \cdot n - 1 \cdot n - 1$

$$(C - B)/(C - B) \cdot n = (C + B)/2 \quad (1)$$

Объяснение причин условия приводится ниже по тексту. Преобразуем равенство (1):

$n - 1 \cdot n - 1 \cdot n - 1 \cdot n - 1$

$$(C - B) \cdot (C \dots B) = (C + B) / 2 \cdot (C - B) \cdot n$$

Обе части этого равенства сокращаем на $(C - B)$. Если в полученном равенстве

$n - 1 \cdot n - 1 \cdot n - 1$

$$C \dots B = (C + B)/2 \cdot n$$

$C + B$ число нечетное, то n должно быть равно

$n - 1$.

2. Иначе левая часть последнего равенства будет дробным числом при C и B целых числах.

$n - 1 \cdot 1 - 1$

Равенство 2 может быть только при $n = 1$ или при $n = 2$. При $n = 1 \cdot 1 = 2 = 0 \cdot 2 - 1 \cdot 1$

$2 = 1$. При $n = 2 \cdot 2 = 2 = 2 = 2$. Если $C + B$ является четным числом, то равенство

$n \cdot n \cdot n \cdot n$

$A = C - B$ приводится к нечетному виду путем деления обеих его частей на 2,

Пока это деление возможно без остатка.

Причины условия (1).

Развернутый «треугольник Паскаля» [1] является последовательным суммированием чисел натурального ряда.

Таблица 1

1	5	15	35	70	126	210	330	495	15...
1	4	10	20	35	56	84	120	165	220...
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55...
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10...
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1...

Нулевой ряд суммирований состоит из одинаковых минимально значащих целых чисел, количественное содержание которых равно единице. Первый ряд суммирований является числами натурального ряда. Второй, третий и т. д. ряды суммирований состоят из чисел, которые получаются при последовательном суммировании чисел натурального ряда.

Номера рядов суммирований соответствуют номерам чисел в натуральном ряду. Обратным действием последовательного суммирования чисел натурального ряда, образующего ряды суммирований развернутого «треугольника Паскаля», является разложение чисел рядов суммирований. При разложении рядом расположенные числа последовательно вычитаются, а результат записывается строкой ниже, между уменьшаемым и вычитаемым. Так получается ряд суммирований с порядковым номером меньшим на единицу. Например, числа натурального ряда получаются путем разложения чисел второго ряда суммирований:

1 3 6 10 15 21...

1 2 3 4 5 6...

1 1 1 1 1 1...

Это разложение чисел с интервалом (Ин) равным единице, т. е. для разложения берется каждое число ряда суммирований. Ряд суммирований, числа которого подлежат разложению, является нулевым рядом разностей и последним рядом суммирований. Предпоследний ряд суммирований является первым рядом разностей. Нулевой ряд суммирований (ряд одинаковых чисел) является последним рядом разностей в разложении. Если для разложения брать не каждое число, а, например, каждое пятое число, то это будет разложением с $\text{Ин} = 5$. Например, произведем разложение чисел натурального ряда с $\text{Ин} = 5$:

3 8 13 18...

5 5 5...

Укрупненная единица равна величине интервала в степени, равной порядковому номеру суммирования, с числами которого производилось действие разложения. В приведенном примере укрупненная единица равна числу пять в первой степени. При этом выбор первого числа в ряду чисел, подлежащих разложению, не имеет значения. Например, произведем разложение чисел второго ряда суммирований с $\text{Ин} = 3$:

10 28 55 91... (2)

18 27 36...

9 9...

Укрупненная единица равна числу три во второй степени 9, количество рядов разностей в разложении, без нулевого ряда, числа которого подлежат разложению, равно номеру ряда суммирований, двум. Произведем разложение чисел третьего ряда суммирований с $\text{Ин} = 3$

1 20 84 220 455.... (3)

19 64 136 235...

45 72 99...

27 27...

Укрупненная единица равна величине интервала 3 в третьей степени 27, количество рядов разностей в разложении, без нулевого ряда, равно номеру суммирования, трем. Разложение это суммирование с применением биномиальных коэффициентов с чередующимися знаками плюс и минус. Если в разложении применяются биномиальные коэффициенты для нечетного количества чисел, то биномиальные коэффициенты начинаются со знака плюс. Например, чтобы получить биномиальным суммированием укрупненную единицу 9 в разложении (2), к трем числам 10 28 55 применяются биномиальные коэффициенты для трех чисел (левый диагональный ряд от трех в таблице № 1), начинающихся с плюс 1 (- 2) 1: $(1 \times 10) + (- 2 \times 28) + (1 \times 55) = 10 - 56 + 55 = 9$. Если в разложении применяются биномиальные коэффициенты для четного количества чисел, то биномиальные коэффициенты начинаются со знака минус. Например, чтобы получить укрупненную единицу 27 в разложении (3), к четырем числам 1 20 84 220 применяются биномиальные коэффициенты для четырех чисел (левый диагональный ряд от четырех в таблице №1), начинающихся со знака минус (- 1) 3 (- 3) 1:

$(-1 \times 1) + (3 \times 20) + (- 3 \times 84) + (1 \times 220) = - 1 + 60 - 252 + 220 = 27$.

1. Первый ряд суммирований.

Первый ряд суммирований [2, 3] состоит из чисел, количественное содержание которых равномерно увеличивается и является порядковым номером в натуральном ряду чисел. По этой причине сумма любой группы последовательно расположенных в натуральном ряду чисел делится без остатка на количество чисел в группе, если оно нечетное. Частное от деления является средне количественным показателем суммы всех чисел группы и является центральным числом группы. Например, сумма группы чисел $6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 40$ делится без остатка на их количество, пять, $40/5 = 8$. Частное от деления 8 является средне количественным показателем суммы чисел группы и является центральным числом в группе. Если группа состоит из четного количества чисел, то центральное число группы находится путем деления двух средних (или крайних) чисел на два. Например, в группе чисел $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 51$ центральным числом и средне количественным показателем будет $(8 + 9)/2 = 8,5$; $8,5 \times 6 = 51$. В группах чисел нулевого и первого суммирований в таблице № 1 центральные числа равны средне количественным показателям. Это свойство порядковой и количественной соразмерности. Основой этого свойства для чисел натурального ряда является то, что количественное содержание любого числа натурального ряда является и порядковым номером числа в этом ряду. При умножении чисел расположение произведений в натуральном ряду чисел находится в соответствии с этим свойством. Любое произведение можно представить как сумму группы последовательно расположенных в натуральном ряду чисел. При этом центральное число в группе является укрупненной единицей, а количество чисел в группе является вторым сомножителем. Например, $11 \times 5 = 55$ можно представить как сумму $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55$. Это следствие равномерного увеличения чисел группы в правую сторону от 11 и равномерного уменьшения в левую сторону от 11. Сумма равно удаленных от 11 чисел в группе, деленная на два равна 11; $(9 + 13)/2 = 11$. Степени чисел натурального ряда являются произведениями и, следовательно, располагаются в натуральном ряду чисел в соответствии с этим свойством соразмерности. Например,

$25 \times 5 = 125$ в натуральном ряду чисел является суммой группы чисел

$23 + 24 + 25 + 26 + 27 = 125$.

Средне количественные показатели и центральные числа являются характеристиками для одной группы последовательно расположенных чисел. Для последовательно расположенных нескольких групп (последовательностей), количественной характеристикой этих групп будет укрупненная единица последнего ряда разностей (ряд одинаковых чисел) в разложении средне количественных показателей, а порядковой характеристикой будет укрупненная единица последнего ряда разностей в разложении центральных чисел этих групп. Например, в группах чисел натурального ряда по три

$6 + 7 + 8 = 21$ $9 + 10 + 11 = 30$ $12 + 13 + 14 = 39$ $15 + 16 + 17 = 48$ средне количественные показатели будут $21/3 = 7$ $30/3 = 10$ $39/3 = 13$ $48/3 = 16$.

В разложении их укрупненная единица равна 3:

7 10 13 16...

3 3 3...

Число 3 является количественной характеристикой последовательности этих групп. Так же число 3 является и порядковой характеристикой последовательности этих групп, т. к. числа 7 10 13 16... являются центральными.

2. Второй и следующие ряды суммирований.

Второй и следующие ряды суммирований свойством соразмерности не обладают. Появляется несоответствие порядкового расположения с количественным содержанием в группах чисел. Это вызвано тем, что в отличие от чисел натурального ряда количественное приращение последовательно расположенных чисел не равномерное, а ускоренное. В группах чисел второго ряда суммирований оно равномерно ускоренное и зависит от количества чисел в группе. В группах с одинаковым количеством чисел разность между средне количественным показателем и центральным числом (количественное смещение) одинакова. Например, в группах по три

(1 3 6) (10 15 21) (28 36 45) (55 66 78)... количественное смещение во всех группах равно 0, 333...:
 $(1 + 3 + 6)/3 - 3 = 0, 333...$ $(10 + 15 + 21)/3 - 15 = 0, 333...$

$(28 + 36 + 45)/3 - 36 = 0, 333...$ $(55 + 66 + 78)/3 - 66 = 0, 333...$

Эти группы чисел являются числами первого ряда разностей в разложении чисел третьего ряда суммирований в таблице № 1 с $И_n = 3$:

0 10 56 165...

10 46 109...

В разложениях с одним и тем же интервалом первый ряд разностей состоит из сумм групп чисел с одинаковым количеством чисел в каждой. В последовательностях таких групп количественные и порядковые характеристики равны. Например, в тех же группах

(1 3 6) (10 15 21) (28 36 45) (55 66 78)... порядковая характеристика равна 9

3 15 36 66...

12 21 30...

9 9... и количественная характеристика равна 9

3, 333... 15, 333... 36, 333...

12, 21...

9...

В первом ряду разностей последнего разложения количественные смещения становятся равными нулю. В группах чисел второго ряда суммирований, состоящих из четырех чисел, количественное смещение другое (0,5), но равное во всех группах:

$(1 + 3 + 6 + 10)/4 - (3 + 6)/2 = 0, 5$ $(3 + 6 + 10 + 15)/4 - (6 + 10)/2 = 0, 5$ и т. д.

В группах из пяти чисел количественное смещение равно 1, в группах из шести чисел оно равно 1, 333... Количественные смещения в группах, состоящих из разного количества чисел, разное, но одинаковое для групп с одинаковым количеством чисел. В третьем ряду суммирований, в отличие от второго, количественные смещения в разных группах с одинаковым количеством чисел в группе не одинаковы. Их разложения имеют два ряда разностей (с нулевым), а последний ряд состоит из укрупненных единиц количественных смещений в группах второго ряда суммирований: например, группа из трех чисел

1 1, 333... 1, 666...

0, 333... 0, 333...

Следовательно, количественные смещения при переходе от одного ряда суммирований к следующему в таблице № 1 также последовательно складываются.

В разложениях чисел рядов суммирований с одним и тем же интервалом количественная характеристика последовательностей групп чисел равна порядковой. И она равна величине интервала в степени, равной номеру суммирования, числа которого подлежат разложению. Разложение чисел n -го ряда суммирований с разными интервалами - это разность двух разложений чисел этого ряда с одинаковыми, но между собой разными интервалами. Например, найдем разность двух разложений третьего ряда суммирований. Первое разложение (уменьшаемое) имеет один и тот же интервал (постоянный интервал), равный 4. Второе разложение (вычитаемое) имеет постоянный интервал равный 3. Числа уменьшаемого разложения будут 10 84 286 680 1330, а числа вычитаемого разложения будут 1 20 84 220 455.

Числа разности будут 9 64 202 460 875.

Или $9 = 3 + 6$ $64 = 15 + 21 + 28$ $202 = 36 + 45 + 55 + 66$ $460 = 66 + 78 + 91 + 105 + 120$.

Это суммы групп второго ряда суммирований. Разность уменьшает на единицу номер суммирования чисел, составляющих группы ($n - 1$). Группы чисел первого ряда разностей состоят из неодинакового количества чисел. Количество чисел в каждой следующей группе увеличивается на величину разности интервалов уменьшаемого и вычитаемого. В приведенном примере на одно число ($4 - 3 = 1$). В связи с этим увеличивается и количество рядов разностей в разложениях чисел с разными интервалами:

9 64 202 460 875... 1 ряд

55 138 258 415... 2 ряд

83 120 157... 3 ряд

37 37... 4 ряд

3 3

$4 - 3 = 64 - 27 = 37$. Укрупненная единица в таких разложениях равна разности величин интервалов, возведенных в степень, равной порядковому номеру суммирования n . Выбор первых чисел вычитаемых и уменьшаемых рядов, с которых начинаются интервалы, не влияют на величину укрупненной единицы, если они являются числами одного и того же ряда суммирований.

Группы чисел с разными интервалами в первом ряду разностей состоят из групп, в которых количество чисел равномерно увеличивается. Увеличение равно количеству чисел равно разности интервалов. В этой связи общим центральным числом этих групп является средний интервал. И укрупненная единица при разложении центральных чисел в последовательностях таких групп (порядковая характеристика) находится по формуле:

$n - 1$

(Ин больший + Ин меньший), где n является номером суммирования. Ин больший обозначим Инб, а Ин меньший обозначим Инм. Тогда формула будет

$n - 1 \quad n - 1$

$(\text{Инб} + \text{Инм})/2$ Например, $n = 3$, $\text{Инб} = 3$, $\text{Инм} = 2$.

Числа $\text{Инб} = 10 \ 56 \ 165 \ 364 \ 680 \dots$

Числа $\text{Инм} = 4 \ 20 \ 56 \ 120 \ 220 \dots$

Разность $6 \ 36 \ 109 \ 244 \ 460$

Или $6 \ 36 = 15 + 21 \ 109 = 28 + 36 + 45 \ 244 = 45 + 55 + 66 + 78$

$460 = 66 + 78 + 91 + 105 + 120$.

Разложение центральных чисел этих групп $6 \ 18 \ 36 \ 60,5 \ 91 \ 128$

$12 \ 18 \ 24,5 \ 30,5 \ 37$

$6 \ 6,5 \ 6 \ 6,5$.

Укрупненная единица не является постоянным числом. Чередуются два числа 6 и $6,5$.

Их средняя величина $(6 + 6,5)/2 = 6,25$ и будет порядковой характеристикой. По ее формуле: $2 \ 2$

$(3 + 2)/2 = 6,25$.

Количественная характеристика последовательностей групп чисел с разными интервалами находится по формуле: $n \ p$

$(\text{Инб} - \text{Инм})/(\text{Инб} - \text{Инм}) \times n$.

На примере групп этой же последовательности найдем ее.

$6/1 = 6 \ (15 + 21)/2 = 18$

$(28 + 36 + 45)/3 = 36, \ 333 \dots \ (45 + 55 + 66 + 78)/4 = 61 \ (66 + 78 + 91 + 105 + 120)/5 = 92$

$6 \ 18 \ 36, \ 33 \dots \ 61 \ 92$ по формуле $3 \ 3$

$12 \ 18, \ 33 \ 24, \ 66 \dots \ 31 \ (3 - 2)/(3 - 2) \times 3 = 6, \ 333 \dots$

$6, \ 33 \dots \ 6, \ 33 \dots \ 6, \ 33 \dots$

Числитель в формуле это укрупненная единица при разложении групп чисел с разными интервалами, а знаменатель является разностью интервалов, умноженной на количество рядов разностей в разложении (без нулевого). Появление этого множителя в знаменателе связано с тем, что при образовании каждого нового ряда суммирований в таблице № 1, вводится новая 1 дополнительно к $1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \dots$ нулевого ряда суммирований, образующих числа натурального ряда. По этой причине, при нахождении средне количественного показателя, количество разностей интервалов умножается на количество рядов суммирований n . По этой же причине появляются количественные смещения и нарушается свойство соразмерности.

Вернемся к доказательству $n \ p \ p \ p$

$A = C - B$. A является характеристикой последовательности групп чисел с одним и тем же интервалом. При ее нахождении применяются одни и те же биномиальные коэффициенты. Последний ряд разностей в разложениях состоит из одинаковых чисел, и группы чисел этого ряда не имеют количественных смещений и обладают свойством соразмерности. У них количественные характеристики равны порядковым, центральные числа групп равны средне количественным показателям этих групп. Если

$n \ p \ p \ p \ p$

$A = C - B$, то разность $C - B$, являясь числом в ряду одинаковых чисел последнего ряда разностей в разложениях групп чисел с разными интервалами, должна обладать такими же свойствами. Количественная характеристика должна быть равна порядковой характеристике. Тогда при замене интервалов $\text{Инб} = C$, $\text{Инм} = B$ в формулах характеристик получаем условие (1).

Это равенство возможно для последовательностей групп чисел в первом ряду разностей при разложении чисел второго ряда суммирований, т. к. в некоторых разложениях с интервалом Инб минус Инм последовательные группы чисел первого ряда разностей состоят из чисел натурального ряда и, следовательно, не имеют количественных смещений, являются соразмерными. Например,

Инб = 5 6 36 91 171... Инб = 3 3 15 36 66...

30 55 80... 12 21 30....

25 25... 9 9...

Разность квадратов чисел 5 и 3 равна квадрату числа 4 $25 - 9 = 16$

Числа Инб = 5 6 36 91 171...

Числа Инм = 3 3 15 36 66...

Разность 3 21 55 105...

Это группы чисел с разными интервалами, но состоящие из чисел натурального ряда:

$3 + 6 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13$ $12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18...$

Характеристика в разложении центральных чисел групп этой последовательности равна 4

3 7 11 15...

4 4 4...

и количественная характеристика равна 4.

$3(6 + 7 + 8)/3 = 7(9 + 10 + 11 + 12 + 13)/5 = 11(12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18)/7 = 15$

3 7 11 15...

4 4 4...

Последовательности

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

$4 + 3 = 5$ $12 + 5 = 13$ $24 + 7 = 25$ $40 + 9 = 41...$ определяются соответствующими разложениями.

Например, следующая сумма двух чисел во второй степени после 2 2

41 будет 61 1 5 13 25 41 61...

4 8 12 16 20...

4 4 4 4...

Литература

1. Каченовский М. И., Колягин Ю. М., Кутасов А. Д., Лунанкин Г. Л., Оганесян В. А., Яковлев Г. Н. Алгебра и начала анализа, часть 2. Москва: Наука, 1981 г. – 154 с.
2. Иванов А. А., Иванов А. П. Математика. Пособие для поступающих в ВУЗЫ. Пермь: Издательство Пермского университета, 2000 г. – 5 с.
3. Куликов. Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Высшая школа, 1979 г. – 122 с.